

# Dalles

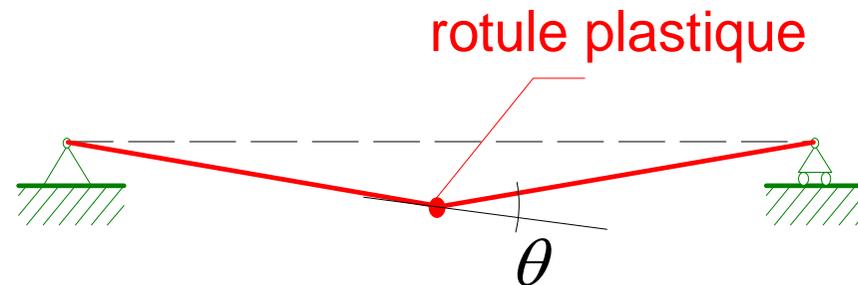
## Méthode des lignes de rupture





# Mécanisme simple pour une poutre

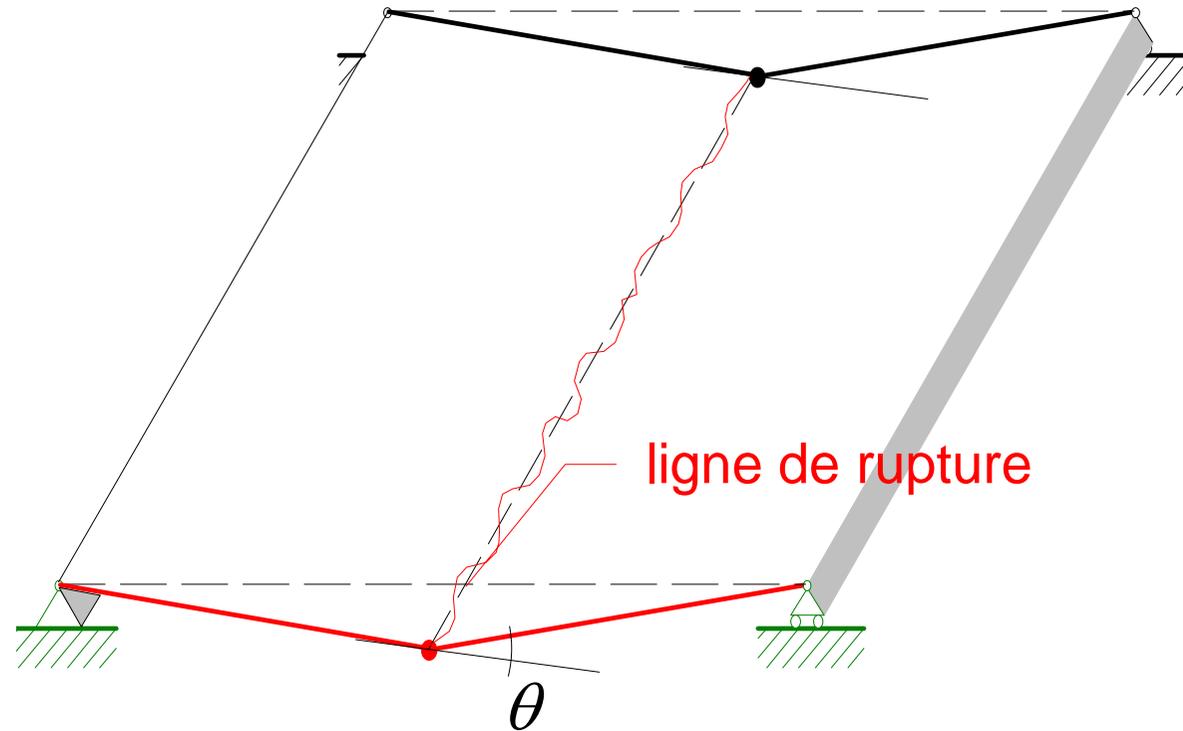
cf TGC 2 chap. 16 & 17



a) mécanisme pour  
une poutre simple

Fig. 7.74

# Mécanisme simple pour une dalle



b) mécanisme pour  
une dalle unidirectionnelle  
librement appuyée

Fig. 7.74

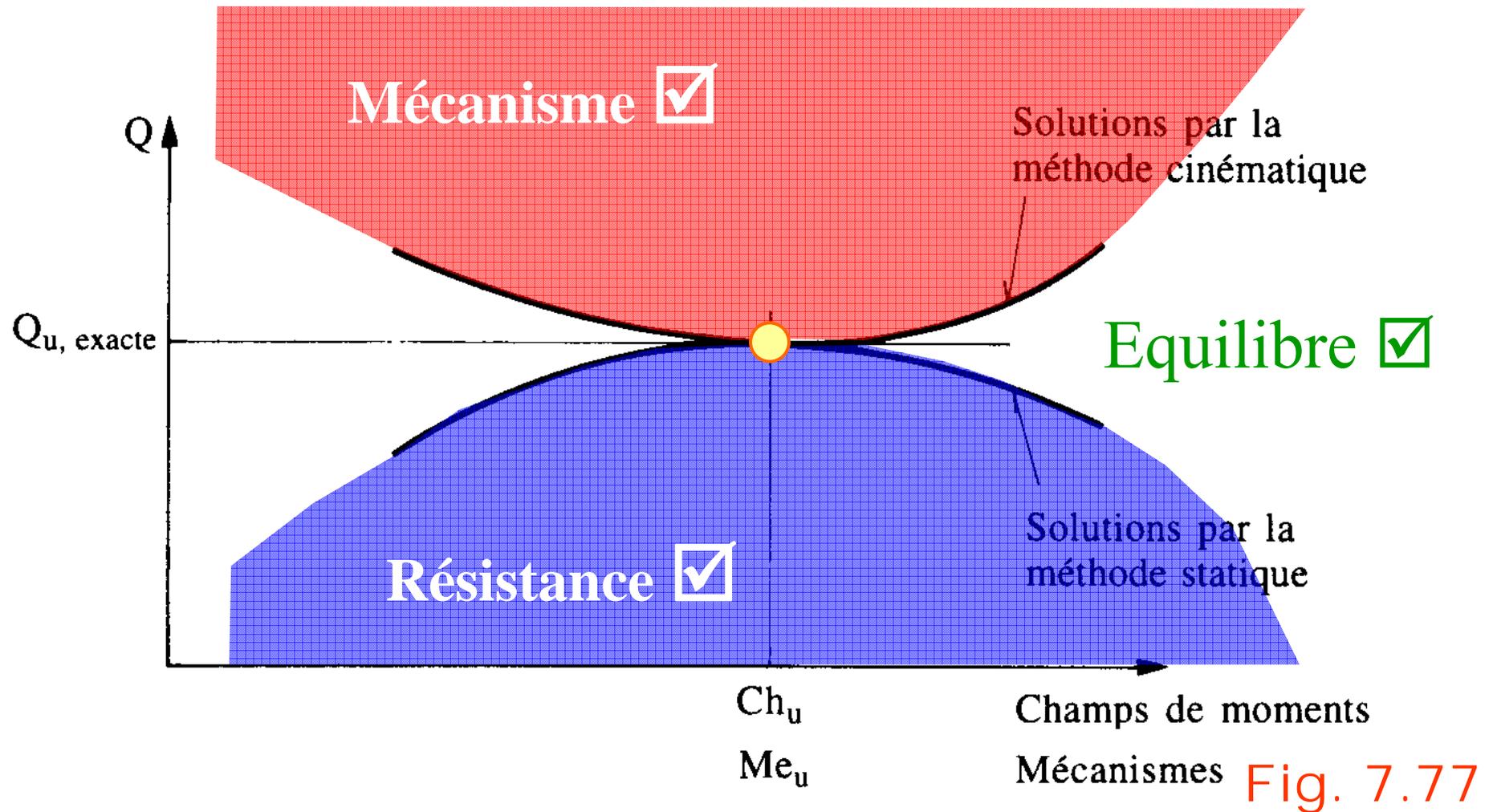
# Théorèmes fondamentaux

*“ Toute charge  $Q_i$  à laquelle correspond un mécanisme de ruine cinématiquement admissible est supérieure ou égale à la charge ultime exacte  $Q_u$  ”*

*“ Toute charge  $Q_i$  à laquelle correspond un champ de moments  $M_i$  stable et statiquement admissible est inférieure ou égale à la charge ultime exacte  $Q_u$  ”*

Tab. 7.75

# Théorème d'unicité



# Propriétés des deux méthodes

Condition	Explication	Méthode statique	Méthode cinématique
<i>Équilibre</i>	Toutes les forces extérieures (y compris les réactions) appliquées au système doivent s'équilibrer	Satisfait	Satisfait
<i>Résistance</i>	Dans toutes les sections, les efforts internes (sollicitations) doivent être inférieurs ou égaux à la résistance ultime, c'est-à-dire à la résistance correspondant à la plastification du béton et de l'acier	Satisfait	à vérifier
<i>Mécanisme</i>	Un nombre suffisant de rotules plastiques doit se former afin que la structure puisse se transformer en un mécanisme	à vérifier	Satisfait
<i>Résultat</i>	La méthode donne des résultats qui sont	du côté de la <b>sécurité</b>	du côté de l' <b>insécurité</b>

# Application des lignes de rupture aux planchers-dalles

# Essais de plancher-dalle (face sup.)

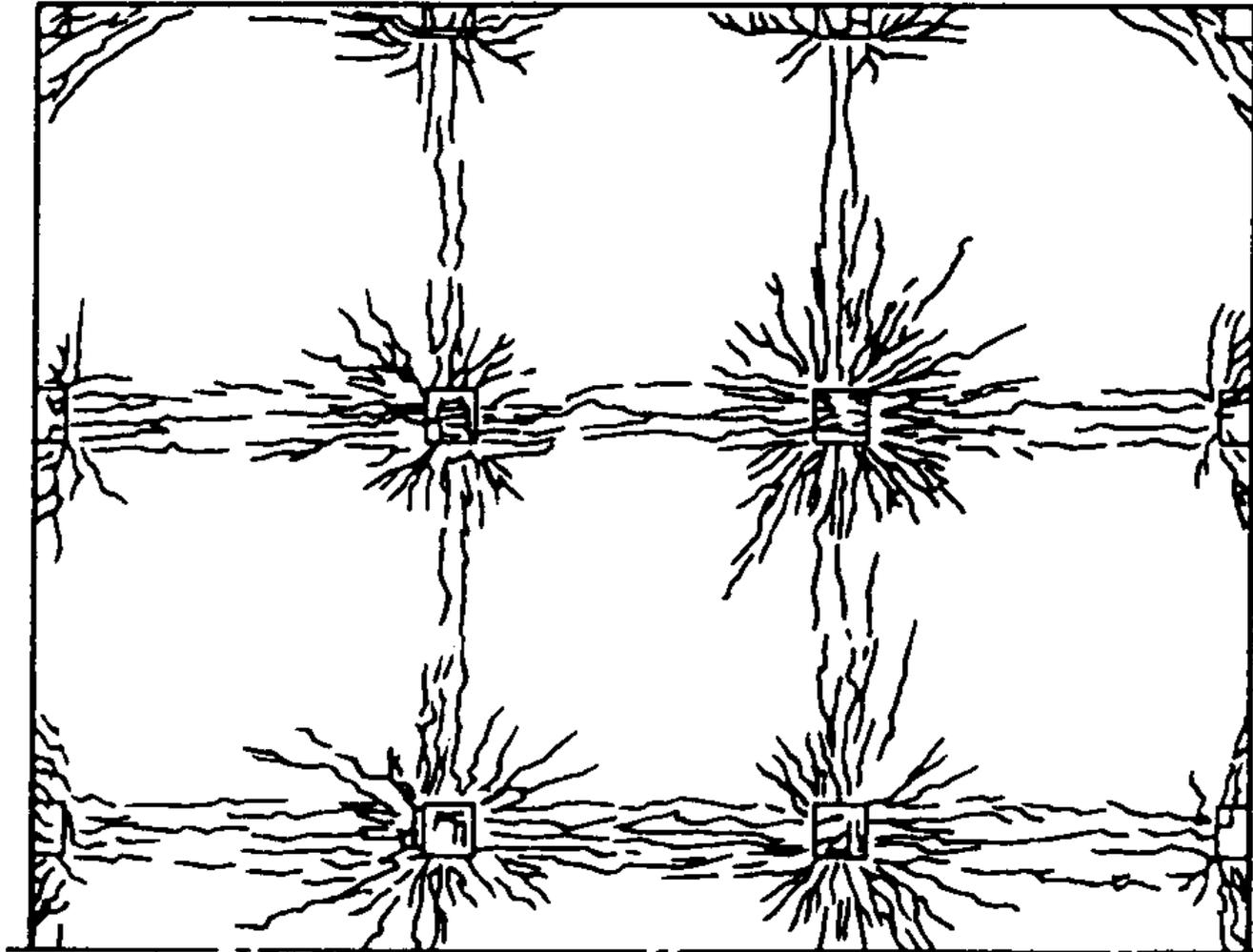


Fig. 7.70

Dr O. Burdet

# Position des lignes de rupture

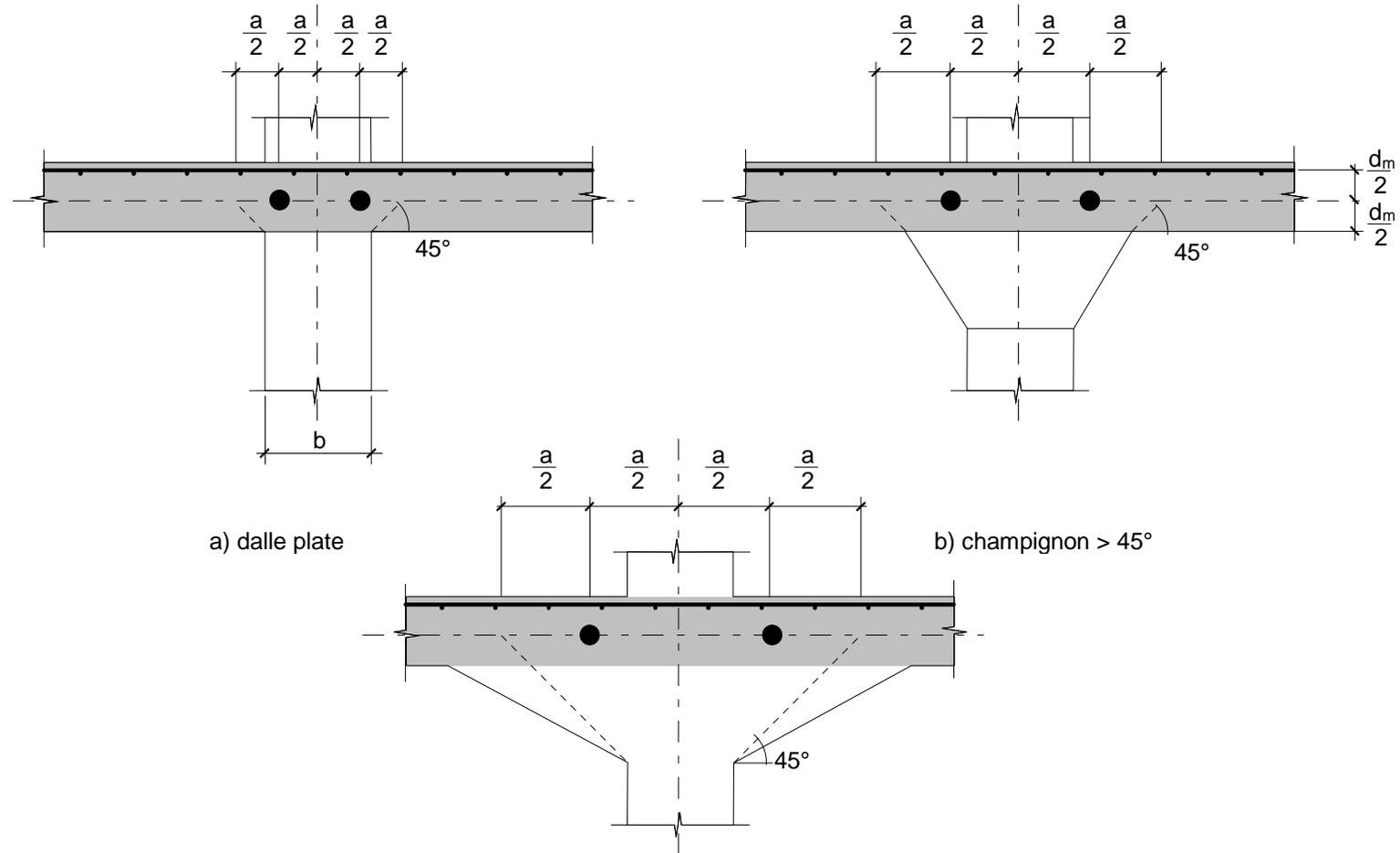


Fig. 7.90

# Lignes de rupture – plancher-dalle

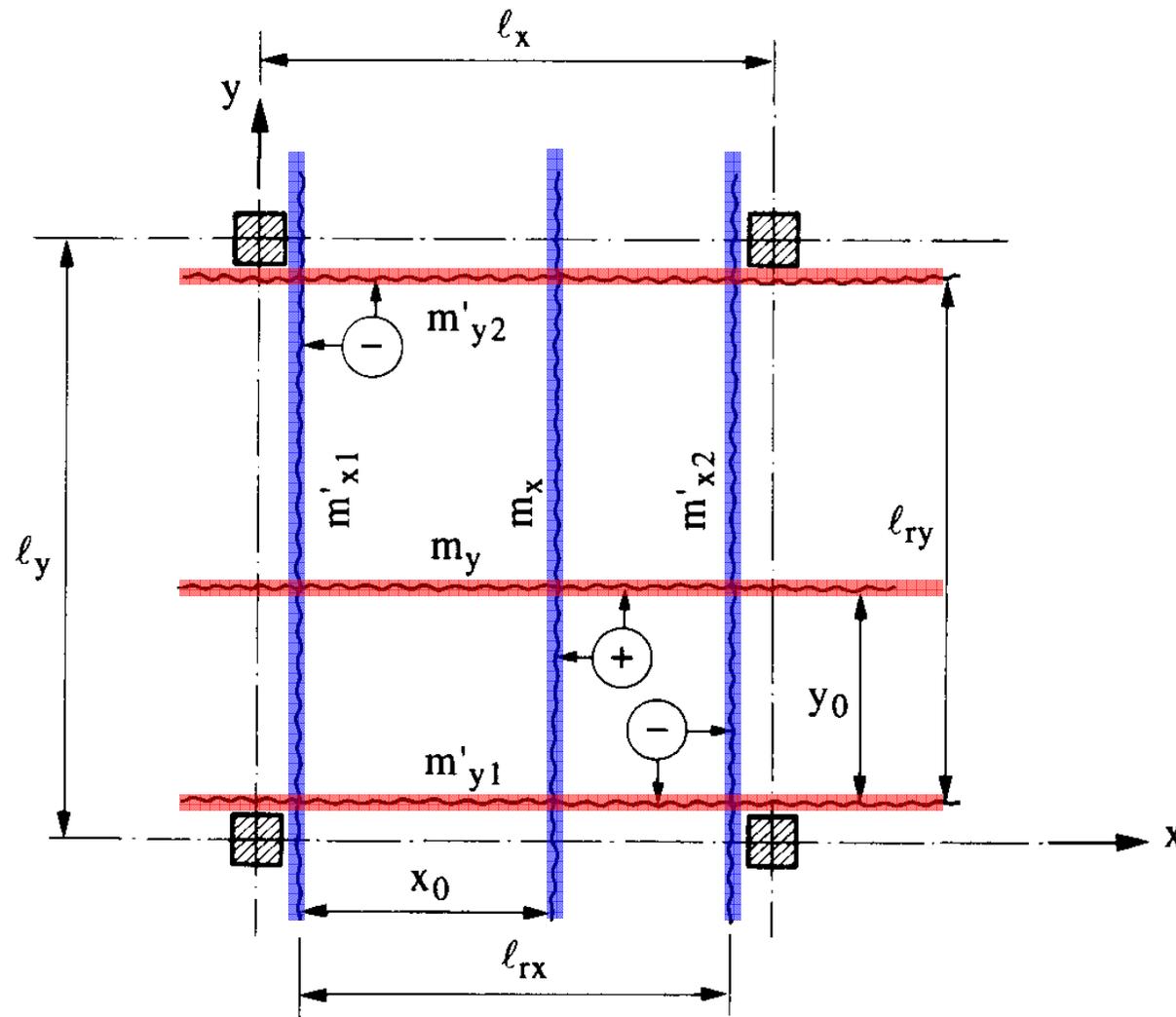


Fig. 7.91

# Surface des moments – plancher-dalle

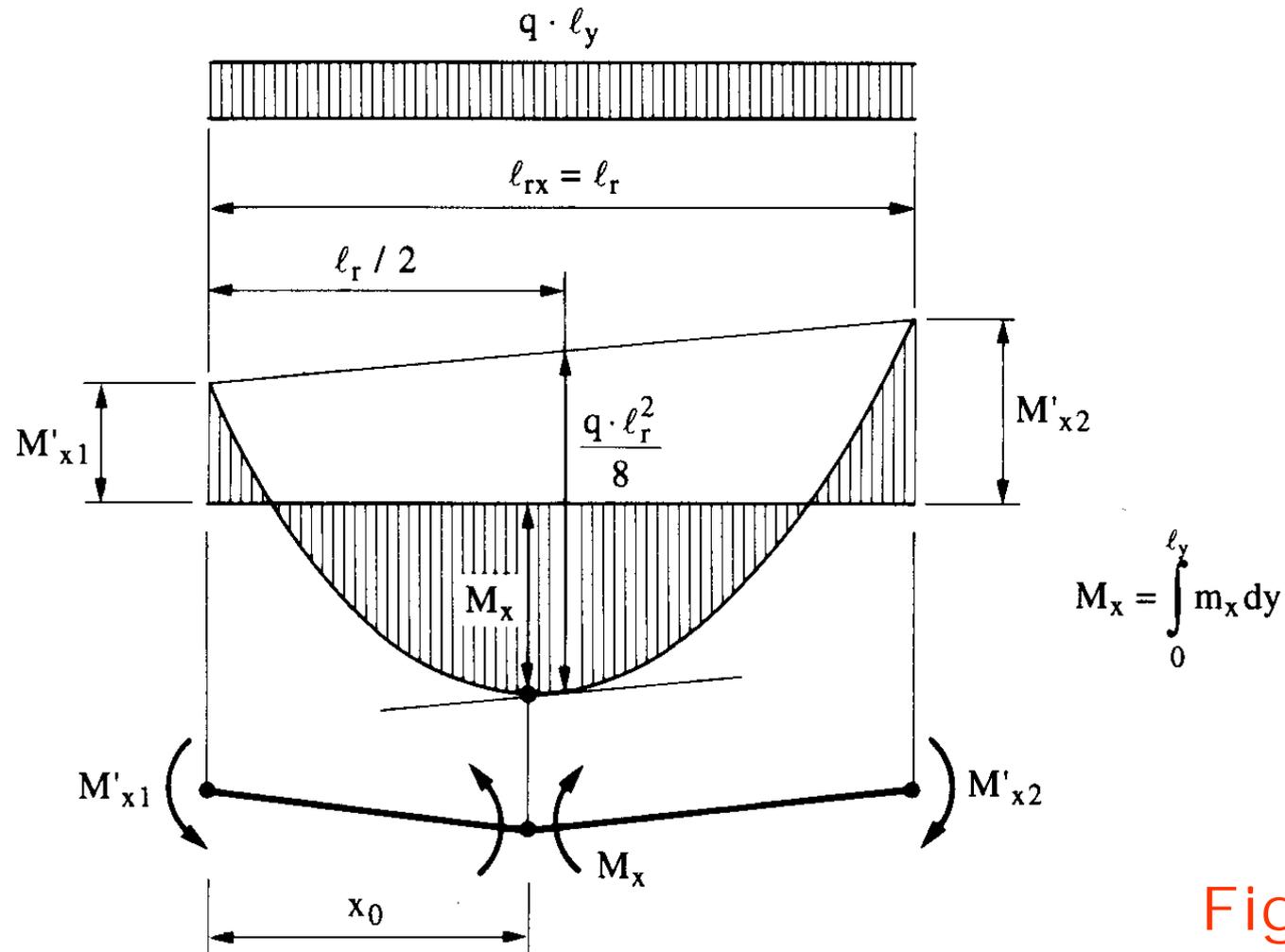
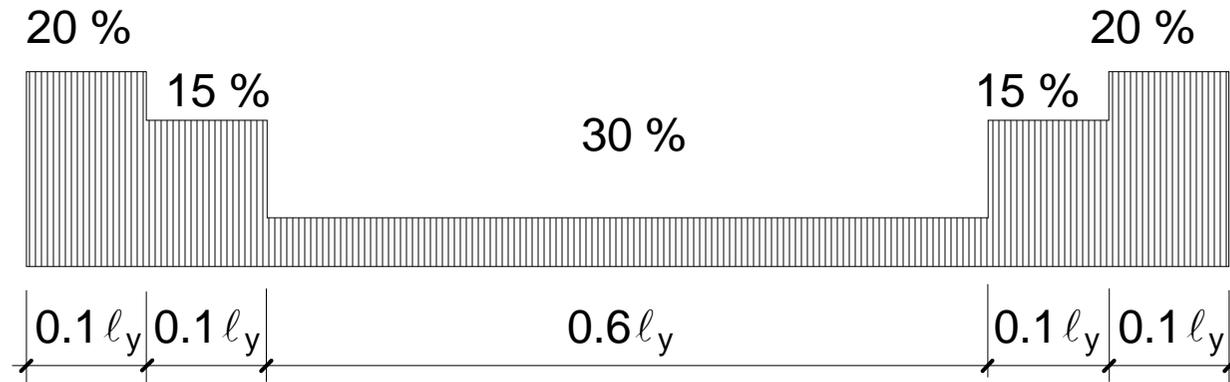


Fig. 7.93

# Distribution des moments $M_x$

Moment négatif  $M_x^-$ , le long de l'axe des colonnes



Moment positif  $M_x^+$ , au milieu du champ

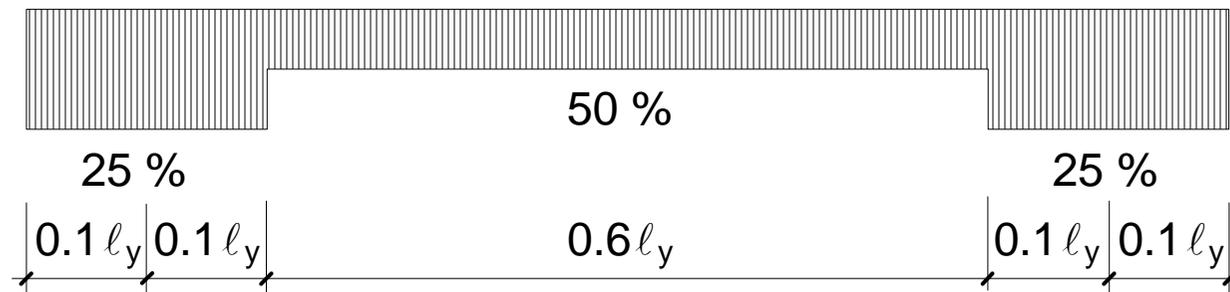
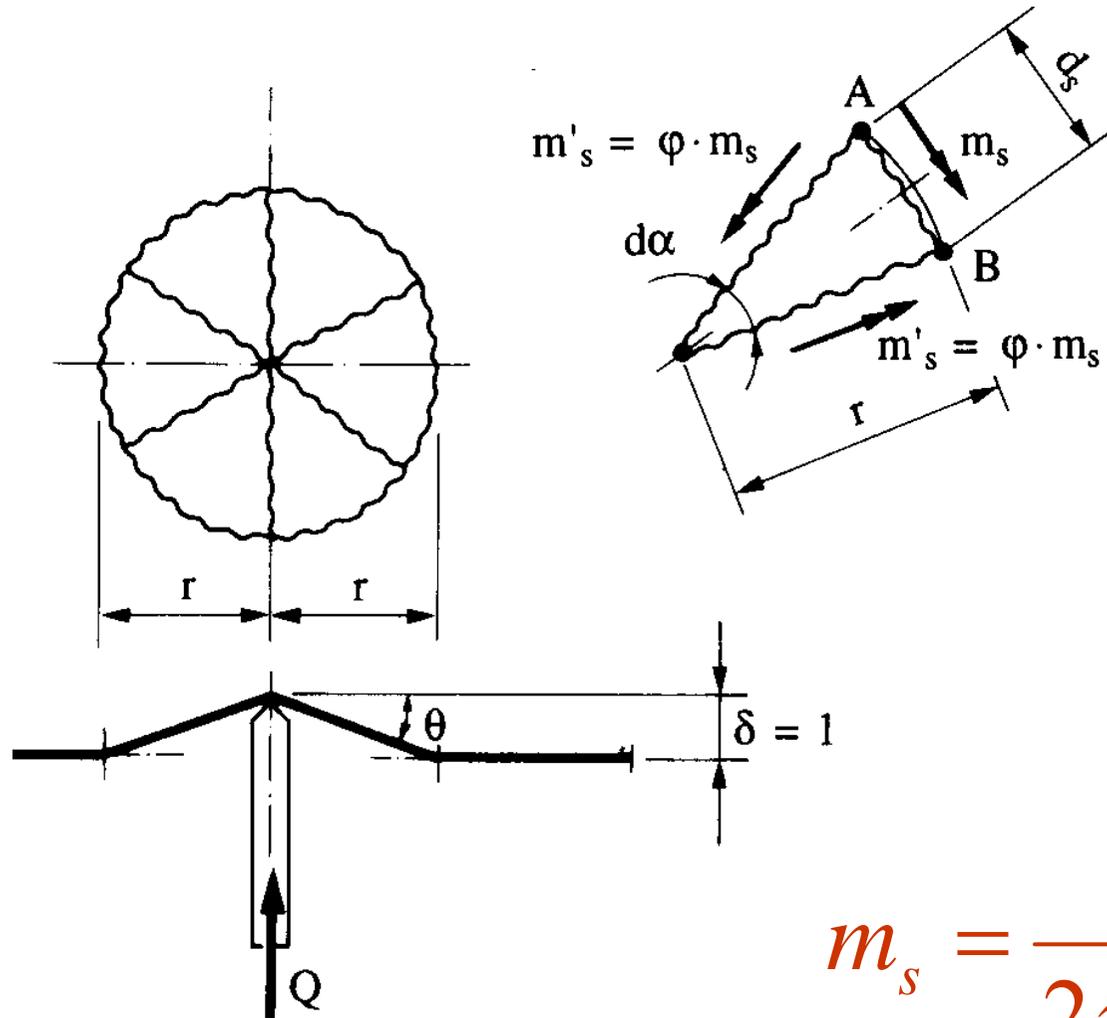


Fig. 7.94

# Mécanisme II - Eventail circulaire



$$A_i = \left( m_s \cdot \underbrace{ds}_{r \cdot d\alpha} + \varphi \cdot m_s \cdot ds \right) \cdot \frac{\theta}{1/r}$$

$$\int_0^{2\pi} m_s (1 + \varphi) \cdot \frac{r \cdot d\alpha}{r} = Q \cdot 1$$

$$m_s = \frac{Q}{2\pi \cdot (1 + \varphi)}$$

Fig. 7.95

# Lignes de rupture dans un plancher-dalle

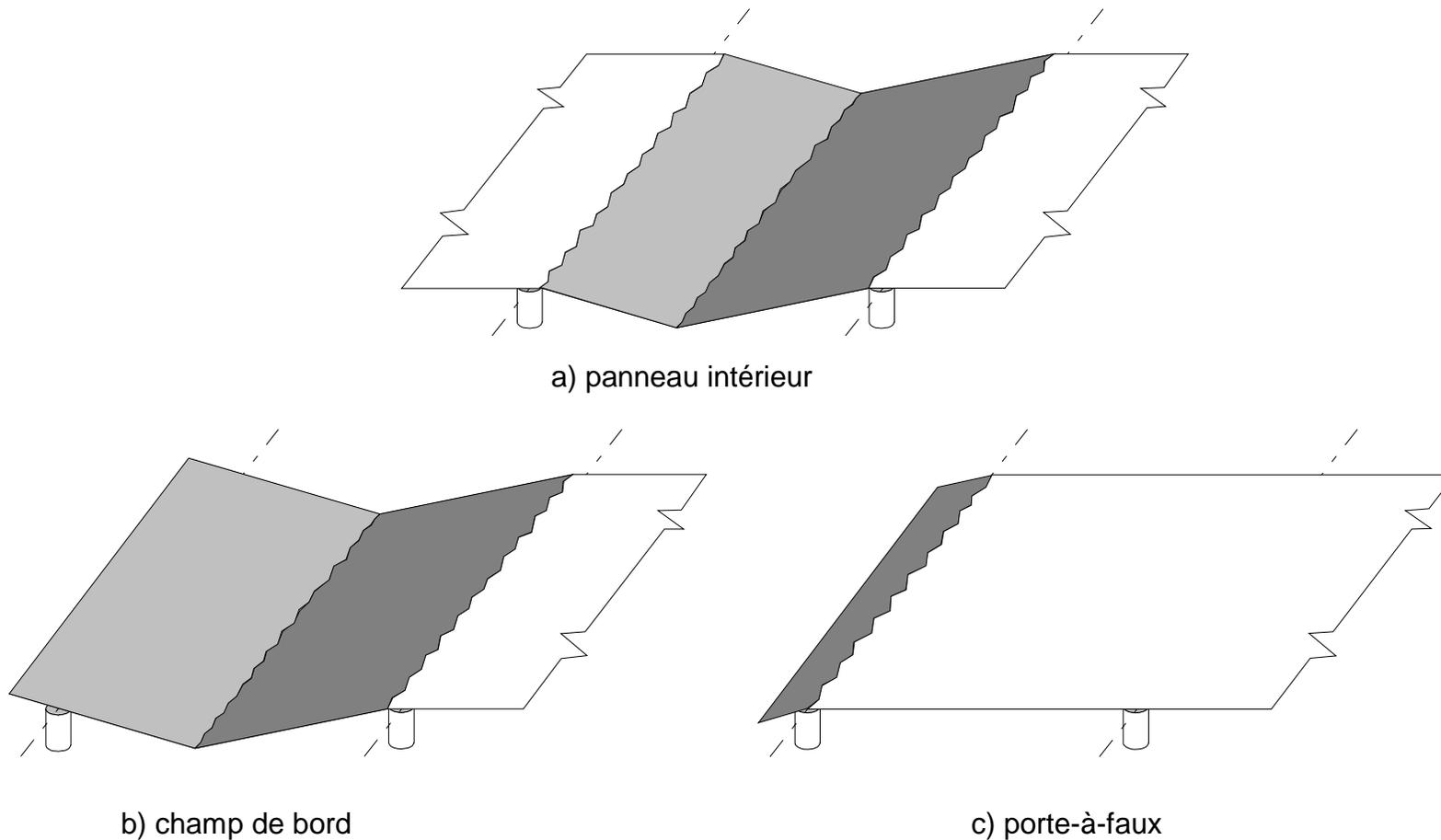
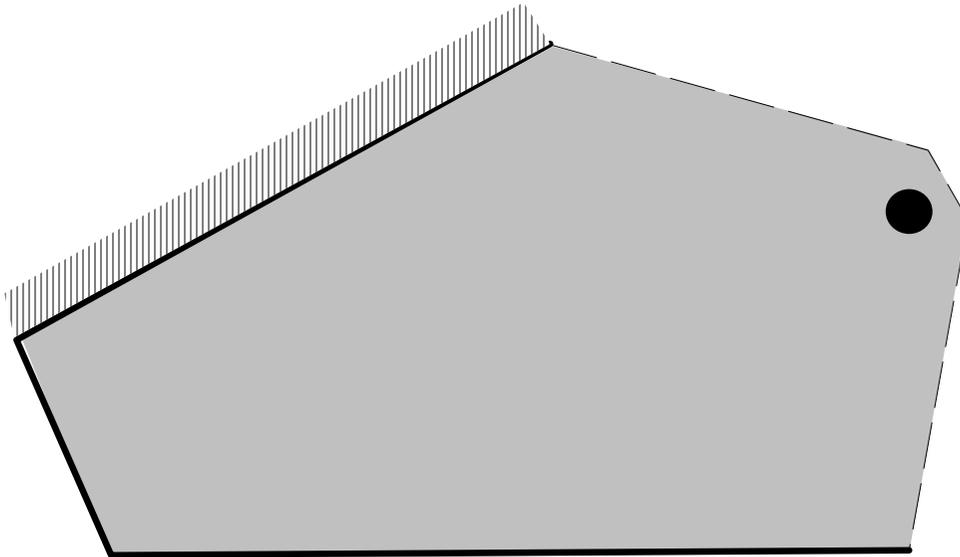


Fig. 7.92

# Lignes de ruptures, cas général

# Et pour cette dalle ?



- Axes de rotation par les bords appuyés ou encastrés; axes de rotation par les colonnes
- Toute ligne de rupture passe par le point d'intersection des deux éléments de dalle qu'elle sépare

# Définition des axes de rotation

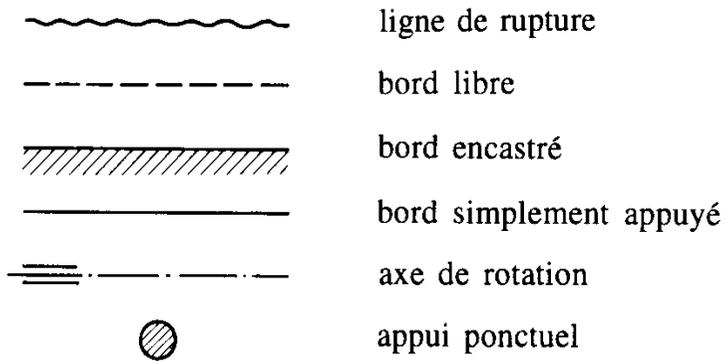
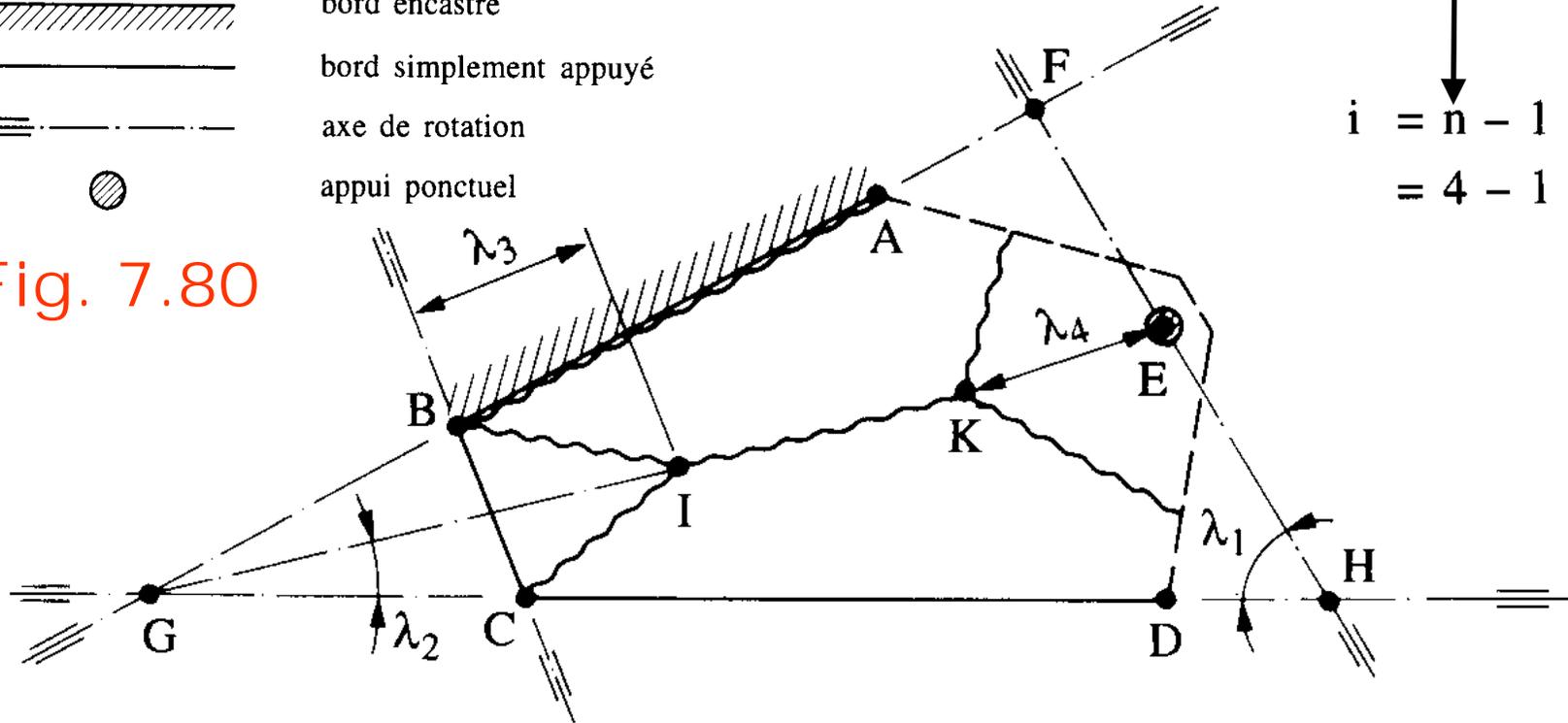


Fig. 7.80



#(panneaux)  $\downarrow$

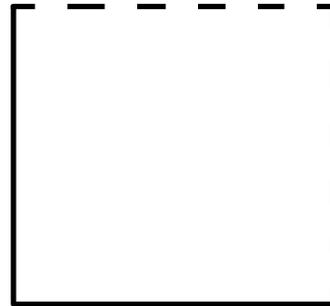
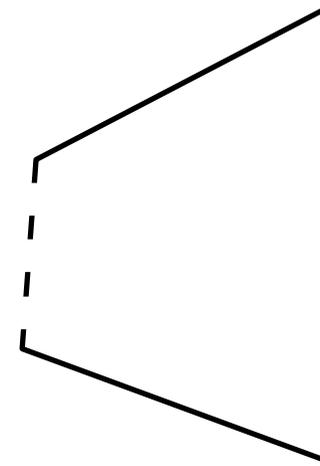
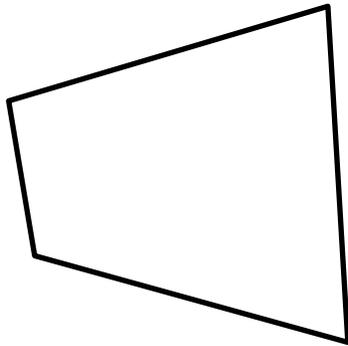
#(axes inconnus)  $\downarrow$

$$i = n - 1 + \xi$$

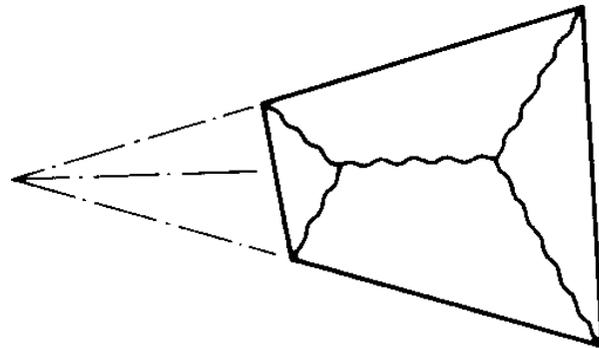
$$= 4 - 1 + 1 = 4$$

Fig. 7.81

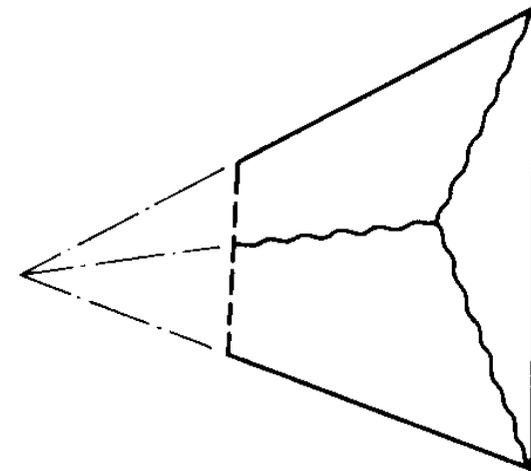
# Exemples de mécanismes



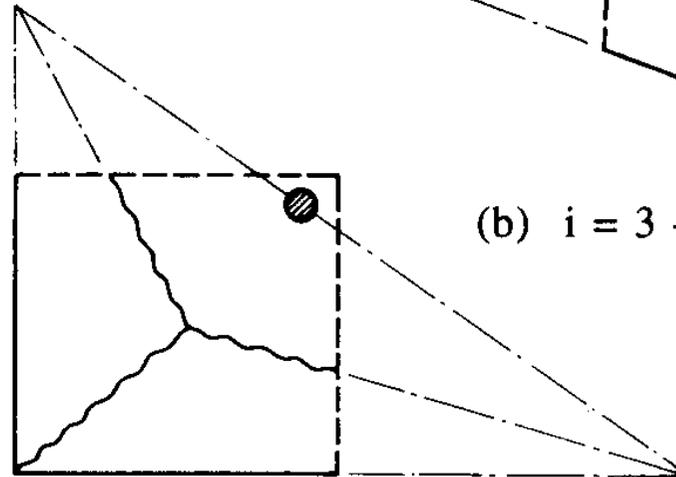
# Exemples de mécanismes



(a)  $i = n - 1 + \xi = 4 - 1 + 0 = 3$



(b)  $i = 3 - 1 + 0 = 2$



(c)  $i = 3 - 1 + 1 = 3$

Fig. 7.82

# Travaux virtuels

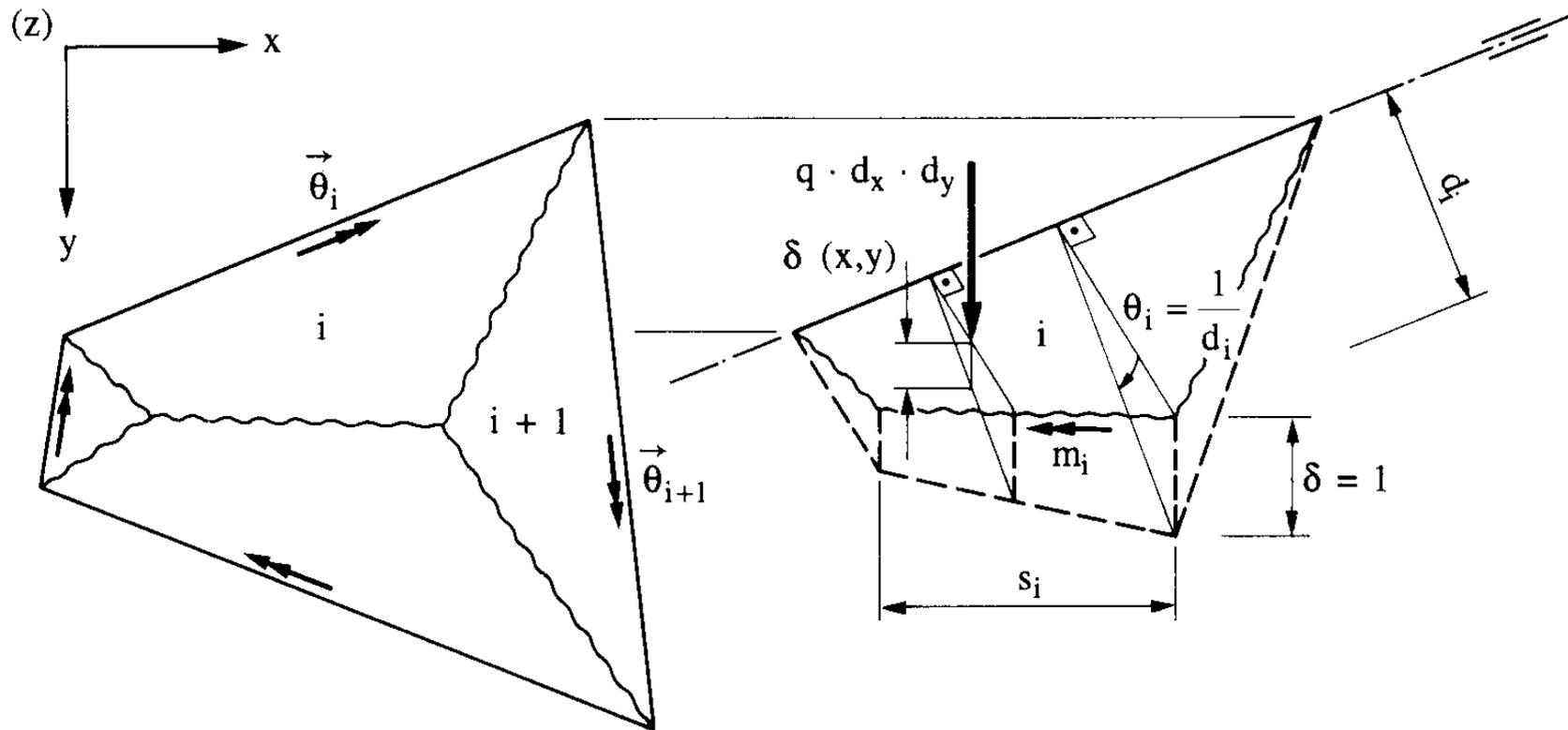


Fig. 7.85

# Principe des travaux virtuels

$$A_e = \iint q \delta(x, y) \cdot dx \cdot dy \quad \text{Eq. 7.35}$$

$$A_i = \sum_i^A (\vec{m}_i \cdot \vec{s}_i) \cdot \vec{\theta}_i = \sum_i s_i \cdot (\vec{m}_i \cdot \vec{\theta}_i) \quad \text{Eq. 7.36}$$

$$A_e = A_i \quad \text{Eq. 7.36}$$

Minimiser la charge ultime ou maximiser le moment de rupture

# Dalle appuyée sur trois côtés

$$m_{\alpha} = m_p \cdot (\cos^2 \alpha_1 + \mu \cdot \sin^2 \alpha_2)$$

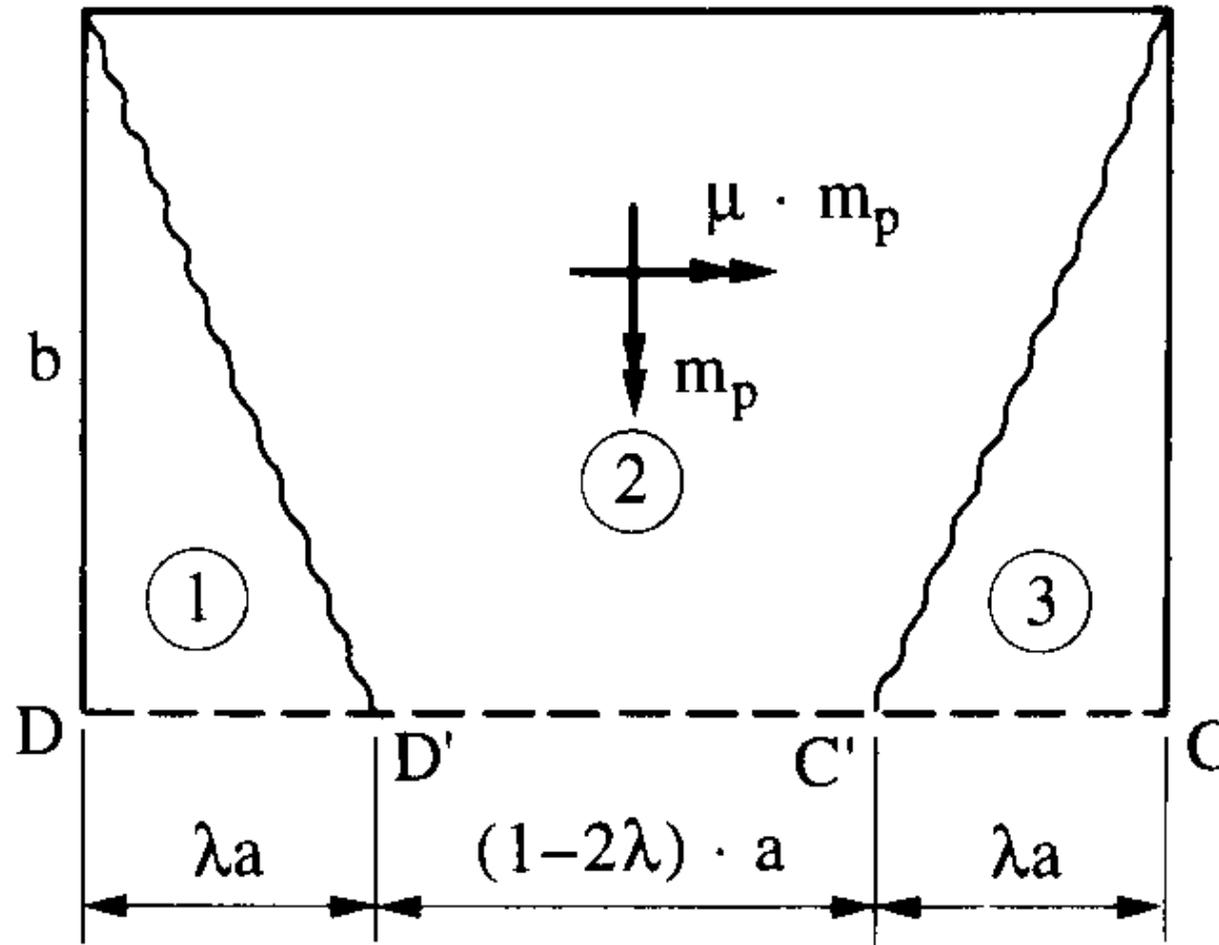
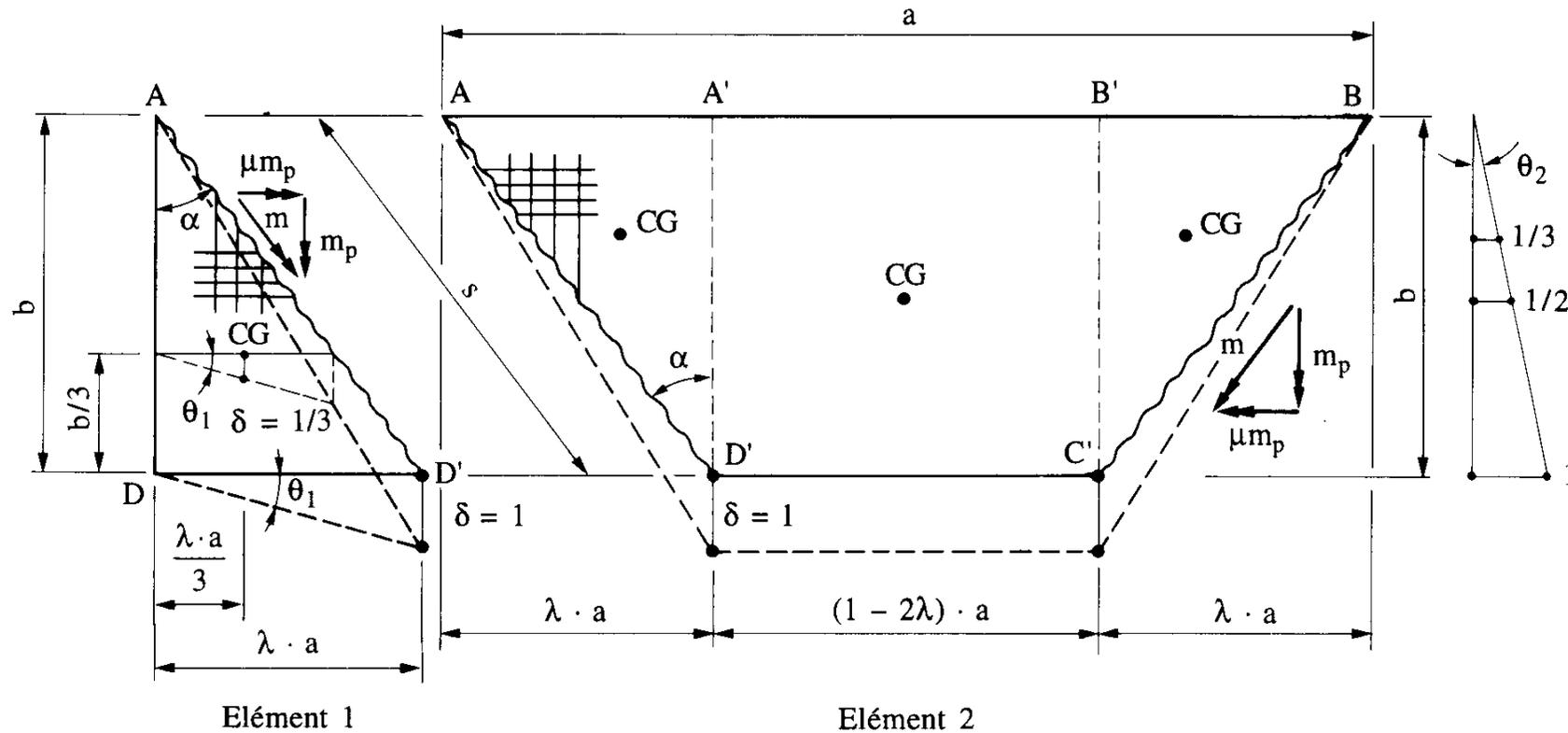


Fig. 7.86

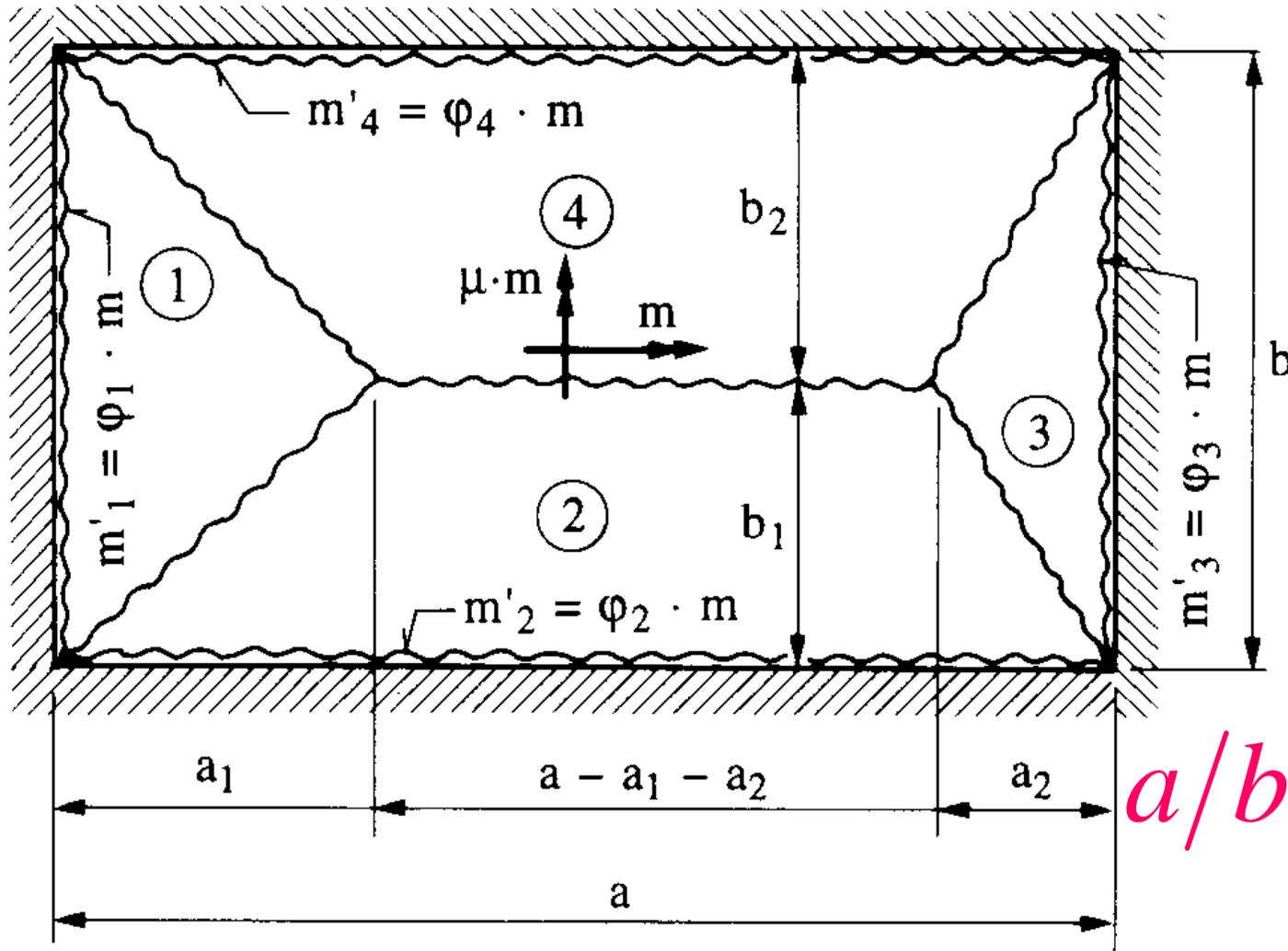
# Calcul des travaux virtuels



$$\theta_1 = \frac{1}{\lambda \cdot a} \quad \cos \alpha = \frac{b}{s} \quad \sin \alpha = \frac{\lambda \cdot a}{s} \quad s^2 = b^2 + \lambda^2 \cdot a^2 \quad \text{CG : centre de gravité}$$

Fig. 7.87

# Dalle encastree sur son pourtour

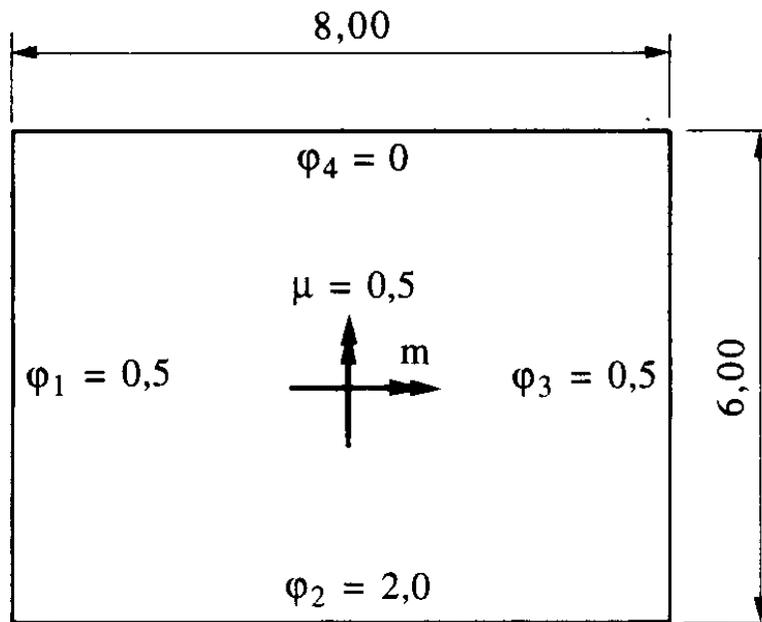


$$a/b \geq \sqrt{\mu}$$

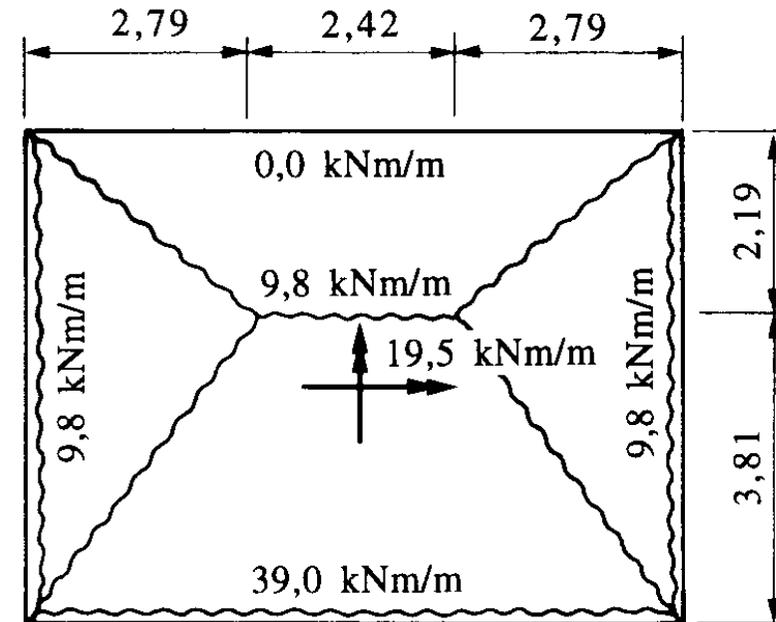
Fig. 7.88

# Exemple de dalle encastree

$$q_u = 15.1 \text{ kN/m}^2$$



(a) géométrie de la dalle (épaisseur 0,20 m)



(b) lignes de rupture et moments requis

Fig. 7.89

# En l'an 2007 ?

Mais c'est compliqué avec ces  $m_\alpha$   
et des  $m_{T\alpha}$

... si on avait toujours  $\mu = 1$  ?

# Transformation affine

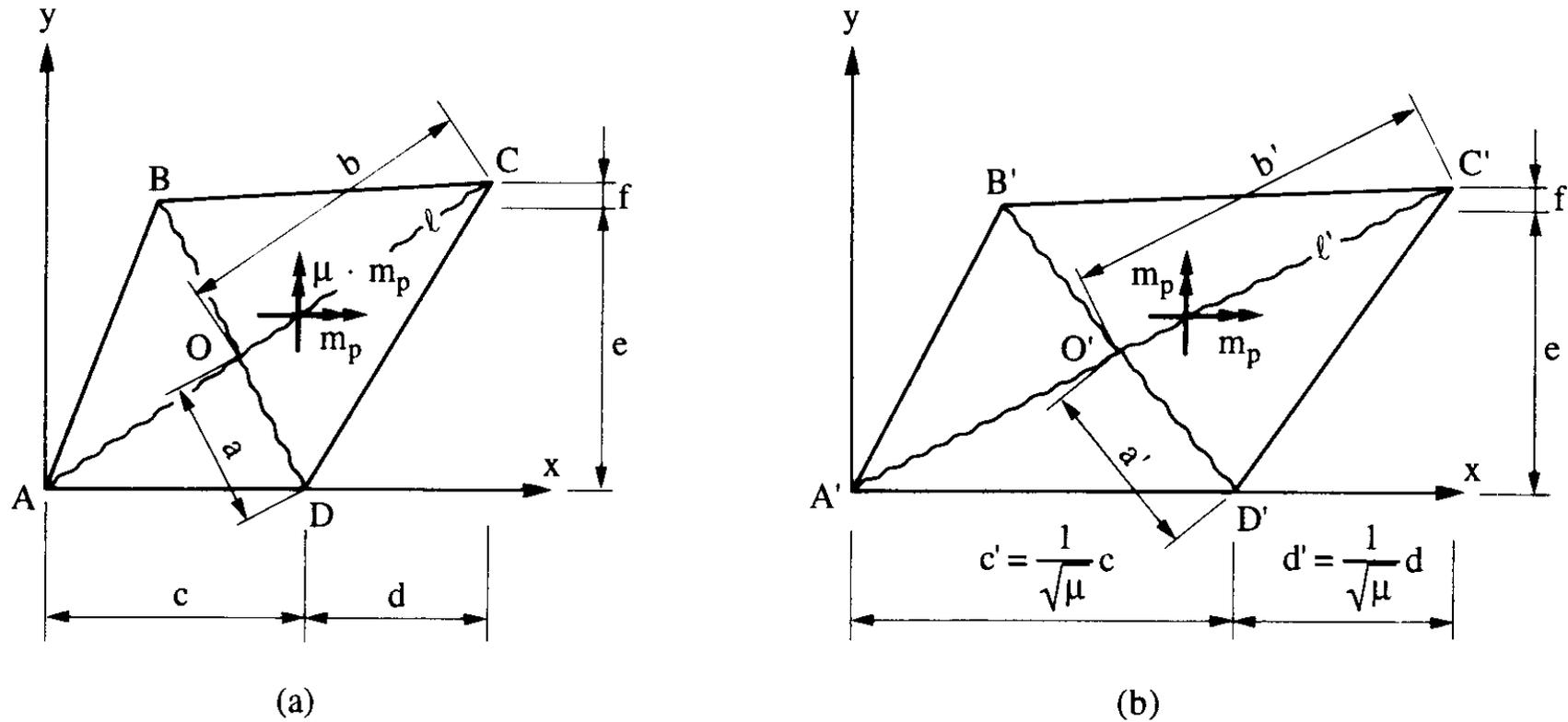


Fig. 7.83

# Transformation affine

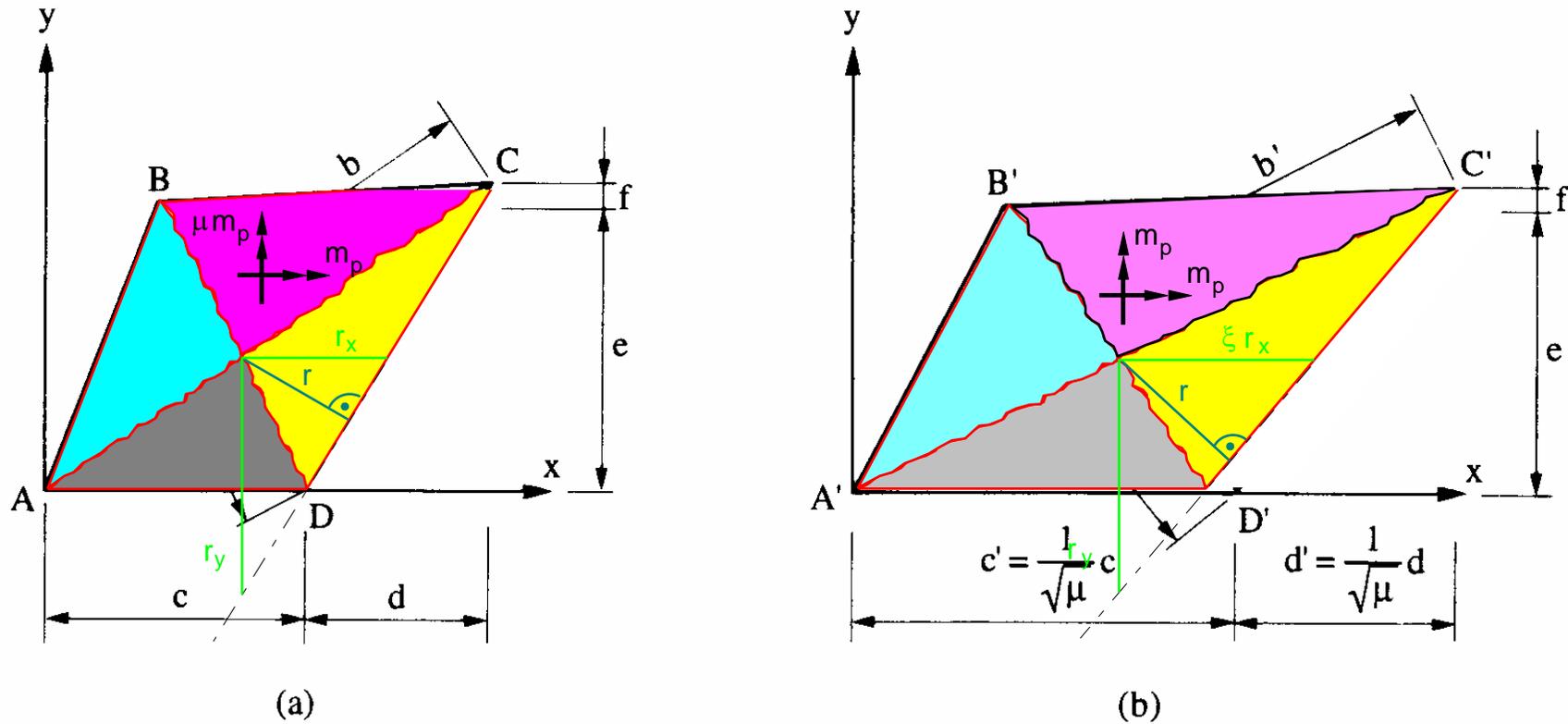


Fig. 7.83

# Travaux virtuels : égalité

$$A_i = A_e$$

$$m_p \cdot (a_x + b_x) \cdot \theta_y + \mu \cdot m_p \cdot (a_y + b_y) \cdot \theta_x = \iint q \cdot \delta \cdot dx \cdot dy$$

$$m_p \cdot (a_x + b_x) \cdot \theta_y + \frac{1}{\xi^2} \cdot m_p \cdot (a_y + b_y) \cdot \theta_x = \iint q \cdot \delta \cdot dx \cdot dy$$

$$\mu = \frac{1}{\xi^2}$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{\mu}}$$

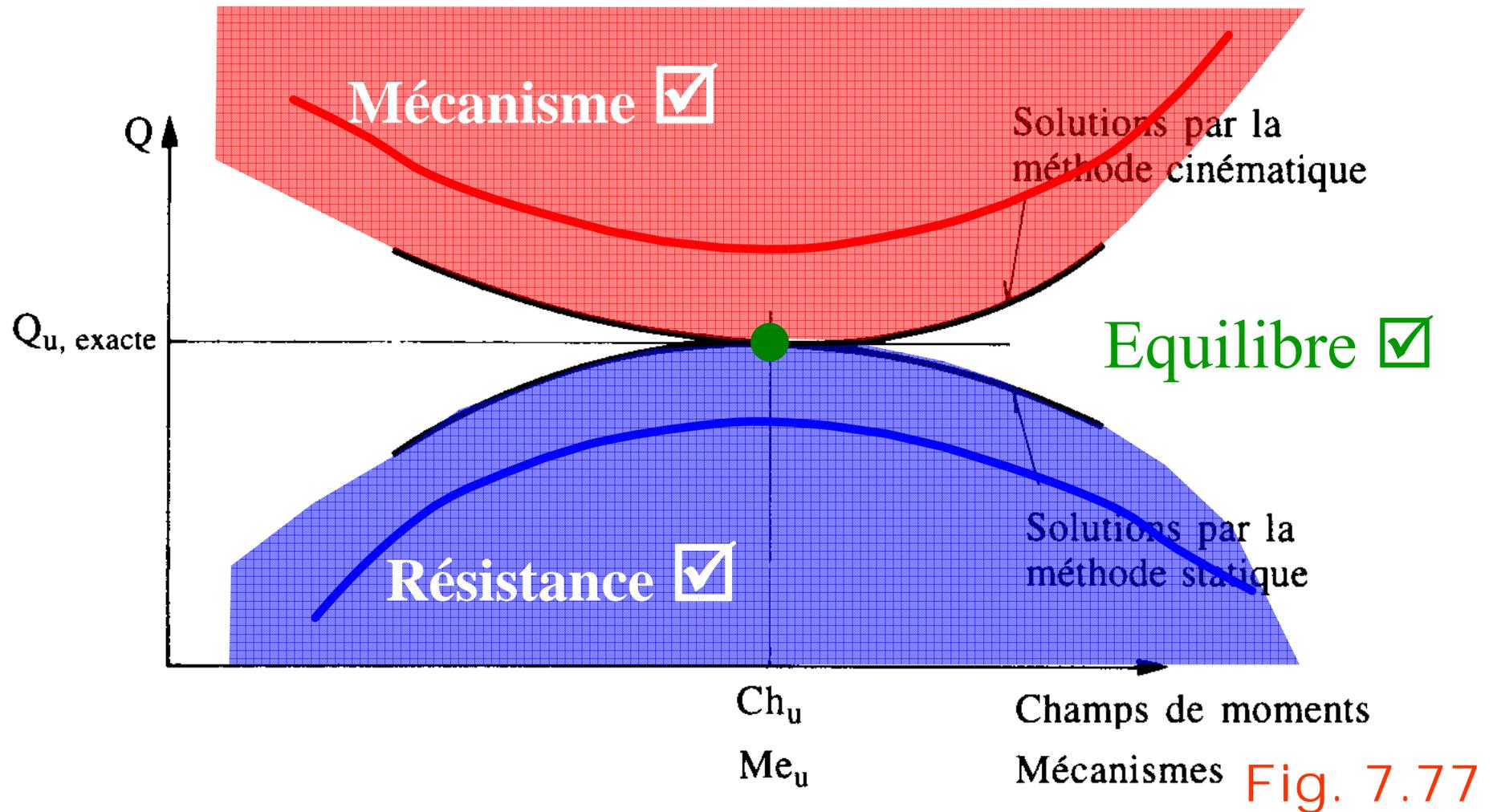
# Effet de l'affinité

Quantité		Opération
Dimension	parallèle à l'armature qui engendre $m_p$	inchangée
	parallèle à l'armature qui engendre $\mu \cdot m_p$	multipliée par $1/\sqrt{m}$
Charge	uniformément répartie	inchangée

Fig. 7.84

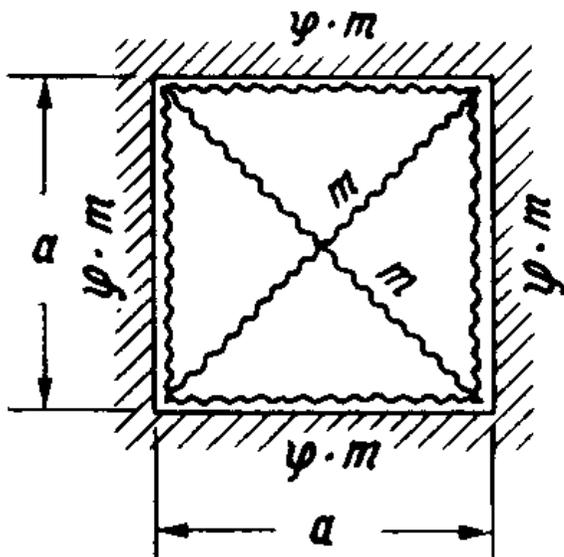
# Et la précision ?

# Théorème d'unicité



# Annexe 7.8

Simply supported  
on 4 sides



$$\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = 0$$

$$\mu = 1$$

$$a = b$$

$$\psi_1 = \psi_2 = \psi_3 = \psi_4 = \psi$$

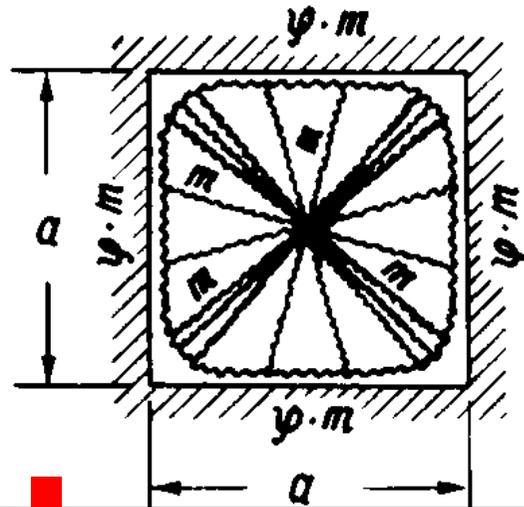
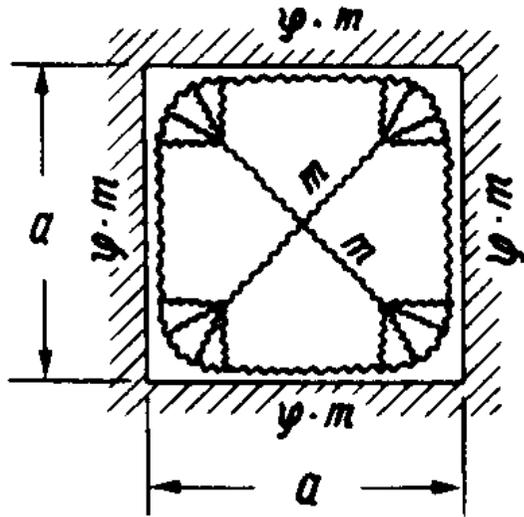
idem

$$m = \frac{q \cdot a \cdot b}{8 \left( 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right)}$$

idem

$$m = \frac{q \cdot a^2}{(1 + \psi) \cdot 24}$$

# Annexe 7.8



$$\psi = 1$$

idem

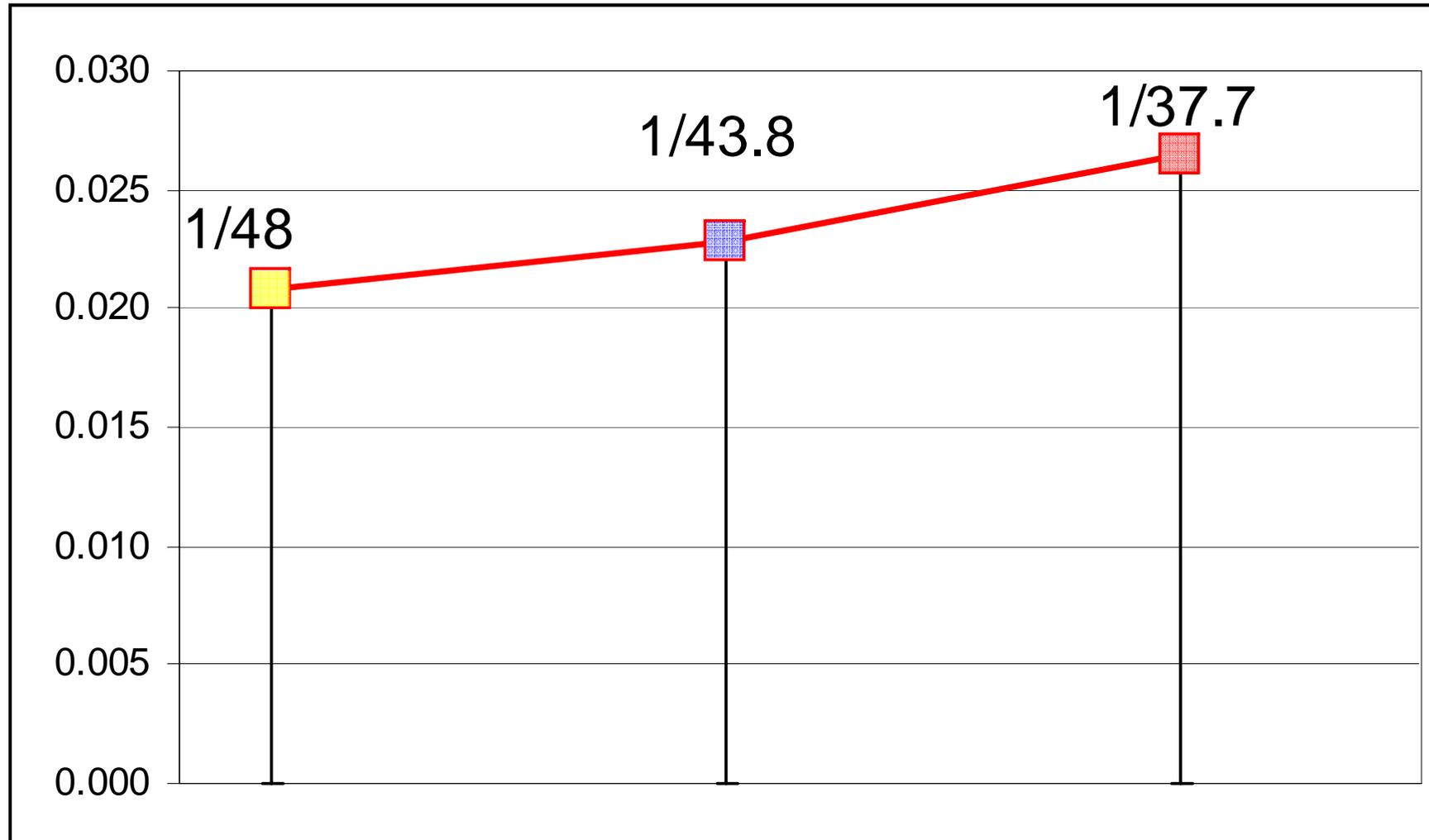
$$m = \frac{q \cdot a^2}{43.8}$$

$$\psi = 1$$

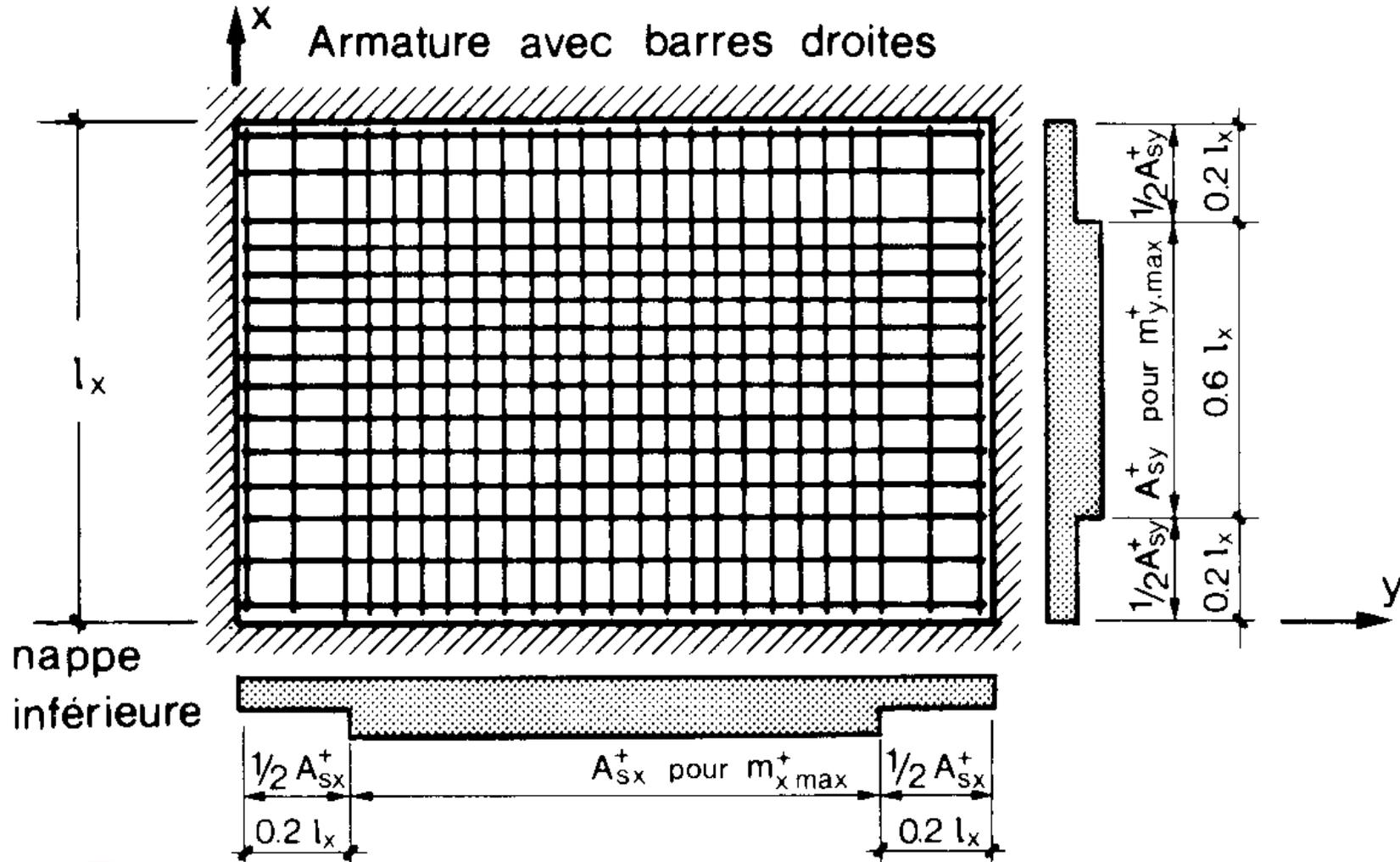
idem

$$m = \frac{q \cdot a^2}{37.7}$$

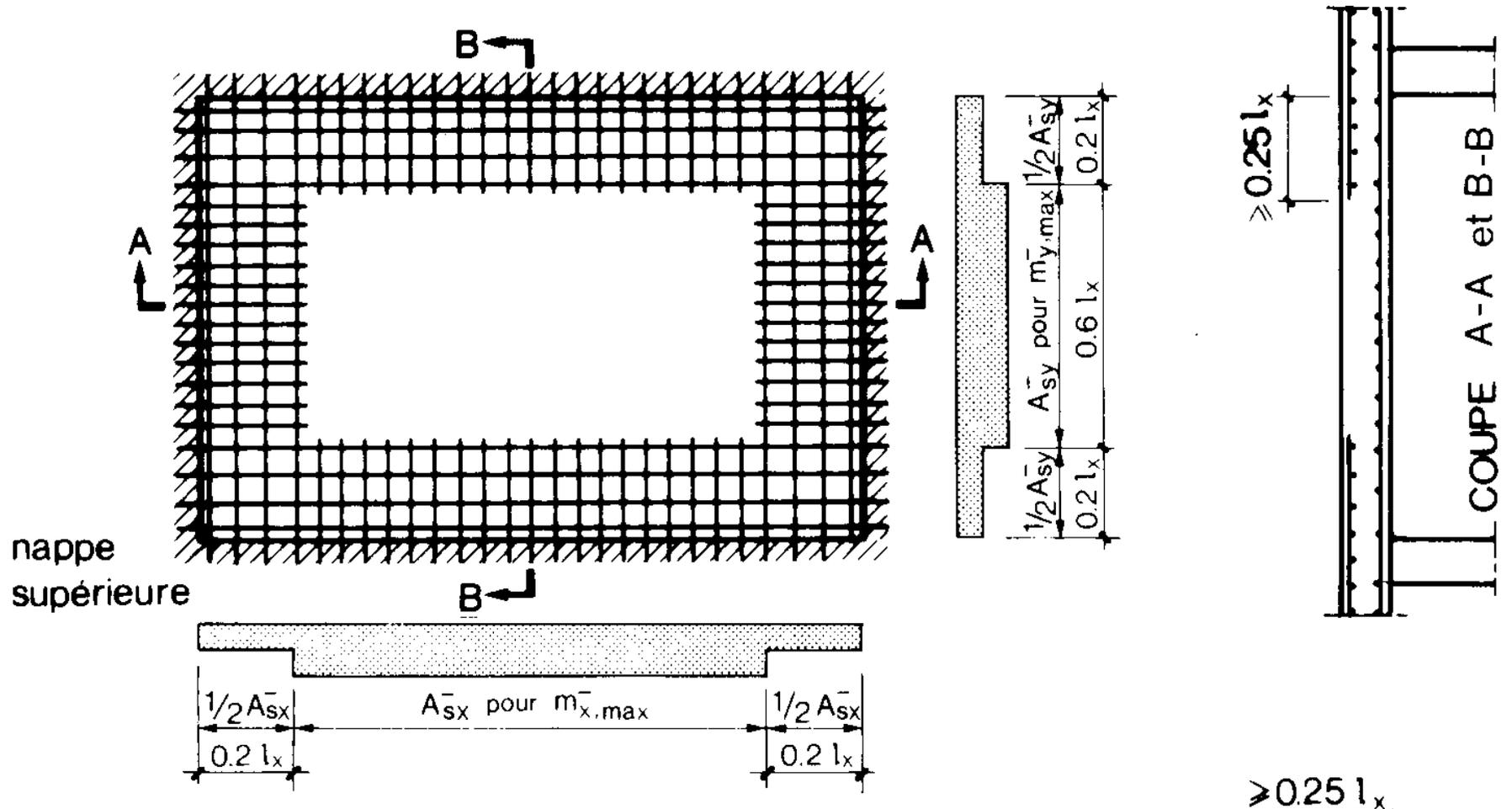
# Annexe 7.8



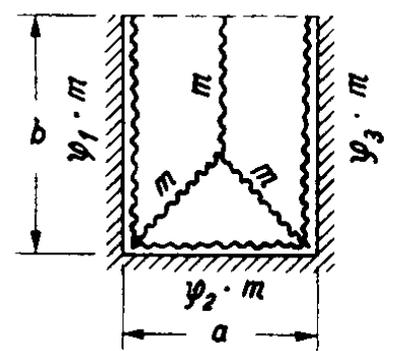
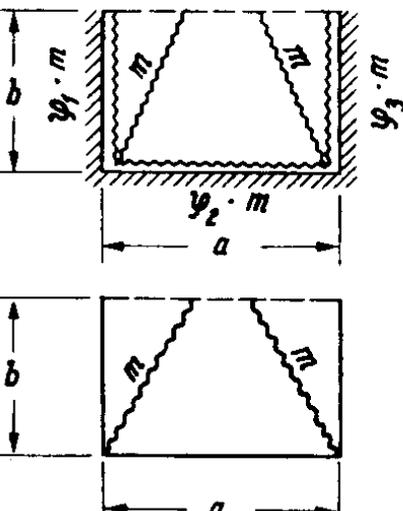
# Répartition de l'armature (A7.6)



# Répartition de l'armature (A7.6)



# Annexe 7.8

<p><math>b &gt; a_r</math></p> 		<p>uniforme <math>q</math></p>	$m = \frac{q \cdot a_r \cdot b_r}{2 \left( 2 + \frac{a_r}{b_r} + 4 \frac{b_r}{a_r} \right)}$ <p>avec :</p> $a_r = \frac{2 \cdot a}{\sqrt{1 + \psi_1} + \sqrt{1 + \psi_3}}$ $b_r = \frac{b}{\sqrt{1 + \psi_2}}$
<p><math>b \leq a_r</math></p> 		<p>idem</p>	$m = \frac{q \cdot a_r \cdot b}{3 + 12 \frac{b}{a_r} + 2 \left( 1 + \frac{a_r}{b} \right) \cdot \psi_2}$
		<p>idem</p>	$m = \frac{q \cdot a \cdot b}{8 + 6 \cdot \frac{b}{a}}$