

# *Conception et dimensionnement de la précontrainte*



**Table des matières**

Principe de la précontrainte	1
Types de précontrainte	1
La précontrainte par post-tension de l'acier	2
La précontrainte par pré-tension de l'acier	4
Les aciers de précontrainte et le niveau de sollicitation	4
Comment considérer la précontrainte	6
Les types de forces en jeu	7
La géométrie des câbles de précontrainte	8
Les pertes de précontrainte dues au frottement	9
Les pertes de précontrainte dues aux effets différés	12
Relaxation	12
Effet combiné de la relaxation, du retrait et du fluage	13
Le calcul des efforts dus à la précontrainte dans une structure isostatique	14
Les efforts sur une poutre courbe	16
Le calcul des efforts dus à la précontrainte dans une structure hyperstatique	17
Comportement d'un tirant précontraint par pré-tension	19
Comportement d'un tirant précontraint par post-tension	21
Effet de la précontrainte sur le comportement mécanique	22
Vérification à l'état limite ultime	23
Comment considérer la précontrainte à l'état limite ultime	23
L'effet de la précontrainte sur la résistance à l'effort tranchant	26
Vérification à l'état limite de service	26
Contraintes admissibles dans le béton	28
Vérification de la fissuration	28
Vérification des flèches	30
Vérification à la fatigue	30
Choix du niveau de précontrainte	30
Zones d'ancrage et zones de diffusion	33
Durabilité des câbles de précontrainte	34
Bibliographie	35

## Principe de la précontrainte

La précontrainte est un état de sollicitation du béton et de l'acier appliqué lors de la construction, avant que d'autres sollicitations agissent sur la structure. L'acier est mis en traction au moyen d'un dispositif qui sera décrit plus bas : cet effort est transmis au béton qui est ainsi mis en compression. Le terme « précontrainte » indique que le béton est mis en compression avant que la structure entre en fonction.

La précontrainte permet d'augmenter sensiblement la rigidité d'une structure en béton armé, tout en rendant possible la pleine utilisation d'aciers à très haute résistance. En effet, des armatures avec une limite d'écoulement qui atteint 3-4 fois celle des armatures ordinaires peuvent être produites à des coûts très intéressants, mais ne peuvent pas être utilisées efficacement dans le béton armé ordinaire puisque les déformations (déplacements et fissures) à l'état limite de service seraient trop importantes.

Cette invention, imaginée à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, a été développée par Eugène Freyssinet qui a obtenu le premier brevet significatif dans ce domaine en 1928 (Leonhardt<sup>1973</sup>). Perfectionnée au cours des décennies qui ont suivi, cette technologie constitue une vraie révolution dans le domaine du béton armé, son application possible rendant la construction de structures très élancées et de grandes portées.

## Types de précontrainte

Deux modes sont possibles pour la mise en œuvre de la précontrainte :

- la *précontrainte par post-tension* et
- la *précontrainte par pré-tension* de l'acier.

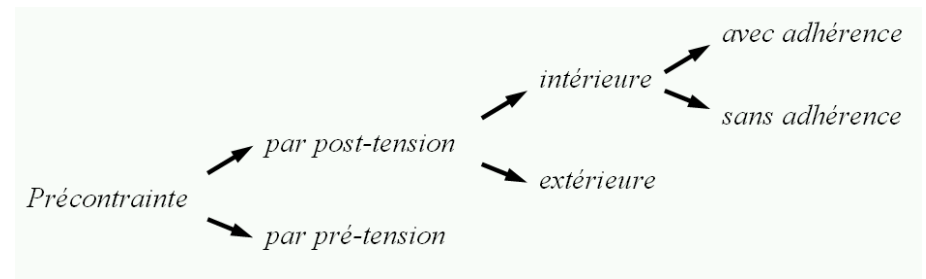
Dans ces termes, les préfixes « post » et « pré » décrivent le moment d'application de la force dans l'acier par rapport à la mise en place du béton.

Une autre différence concerne la position de la précontrainte par post-tension par rapport à la section en béton, de sorte qu'on distingue :

- la *précontrainte intérieure* et
- la *précontrainte extérieure*.

En outre, la précontrainte intérieure (par post-tension) peut être :

- *avec adhérence* ou
- *sans adhérence*.



## La précontrainte par post-tension de l'acier

Dans la précontrainte par post-tension, l'acier est mis en tension après le durcissement du béton. Cette opération s'effectue ainsi (fig. 1.1) :

1. Des gaines de précontrainte en tôle ondulée ou en matière synthétique (polyéthylène ou polypropylène) sont placées dans le coffrage avant le bétonnage. L'armature de précontrainte se trouve dans ces gaines, qui la séparent du béton frais lors de sa mise en place, ou sera introduite dans les gaines après le bétonnage. A chaque extrémité, l'armature de précontrainte est dotée de têtes d'ancrages chargées de transmettre la force de précontrainte au béton (fig. 1.2).
2. Après le bétonnage et une fois le béton durci, les câbles sont mis en tension. Pour ce faire, un vérin hydraulique est placé en face d'une des têtes d'ancrage pour tirer sur le câble (fig. 1.3). C'est ainsi que le béton est mis en compression.
3. Une fois la force désirée atteinte, qui peut être contrôlée en mesurant l'élongation du câble de précontrainte par rapport au béton, le câble est ancré à la tête d'ancrage et le vérin hydraulique démonté.
4. La dernière opération consiste à injecter l'espace entre la gaine et l'armature de façon à empêcher la corrosion de cette dernière. En général, on utilise un coulis de ciment qui, une fois durci, garantit également une bonne adhérence et une bonne transmission des efforts entre l'acier de précontrainte et le béton, tout comme pour une armature ordinaire (précontrainte avec adhérence). Dans ce cas, l'acier et la gaine doivent présenter des nervures suffisantes à leur surface. Si l'adhérence n'est pas nécessaire, l'injection peut se faire au moyen de graisse ou de cire pétrolière (précontrainte sans adhérence).

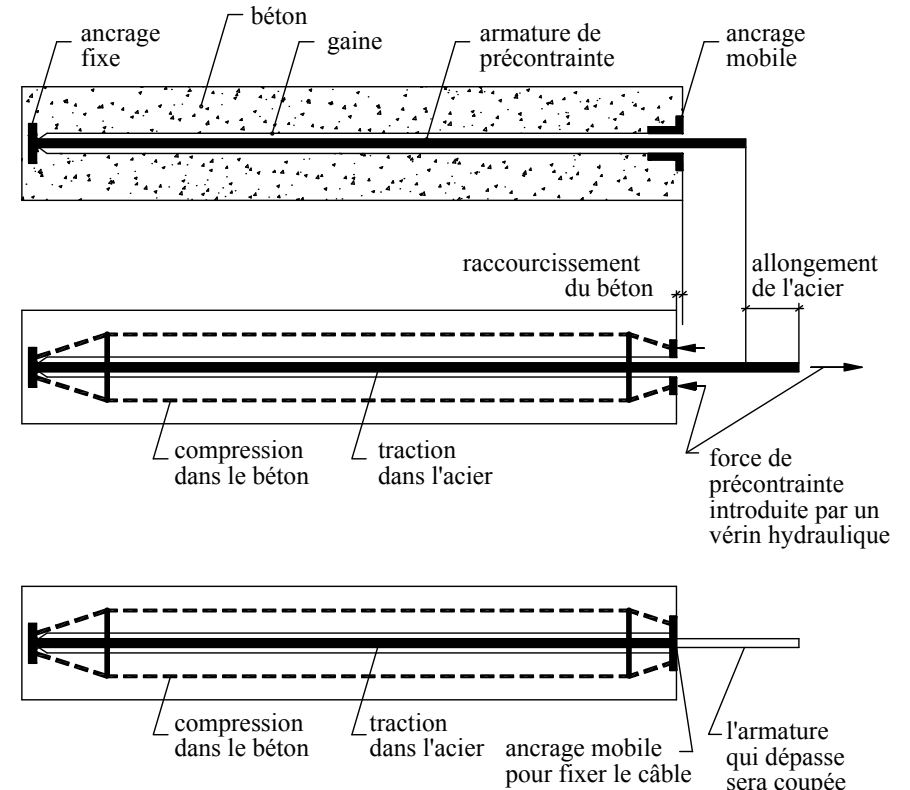


Figure 1.1: Situation avant et après la mise en précontrainte par post-tension

Parfois, le câble de précontrainte n'est pas placé à l'intérieur du béton. Son comportement est alors identique à celui d'un câble de précontrainte sans adhérence (précontrainte extérieure).

Les dispositifs de précontrainte qui, comme il a été mentionné plus haut, équipent les extrémités des câbles pour permettre l'introduction de la force dans le béton peuvent être soit des ancrages mobiles soit des ancrages fixes (fig. 1.2).

Dans le premier cas, le câble peut se déplacer par rapport à la tête au moment de la mise en tension à cause de l'allongement du câble sous la force de précontrainte (en réalité le béton se déforme aussi, mais son raccourcissement est généralement négligeable par rapport à l'allongement de l'acier). Une fois ce mouvement effectué, le câble est fixé à l'ancrage. La tête d'ancrage consiste généralement en une plaque d'acier située dans une niche à la surface du béton, sur laquelle vient s'appuyer le vérin hydraulique pendant la mise en tension. Il est important de tenir compte de l'encombrement du vérin lors de l'établissement du projet d'une structure précontrainte. Pour éviter la corrosion de l'ancrage, on bétonne normalement ensuite la niche dans laquelle se trouve l'ancrage de telle sorte que le câble est complètement noyé dans le béton.

Au niveau de la tête d'ancrage fixe, l'armature de précontrainte est fixée à l'ancrage avant la mise en tension du câble. Dans ce cas aussi, une plaque d'acier est utilisée pour répartir l'effort de compression sur le béton. A la différence des têtes mobiles, les têtes fixes, ne doivent pas être accessibles à un vérin de mise en charge et peuvent directement être noyées dans le béton.

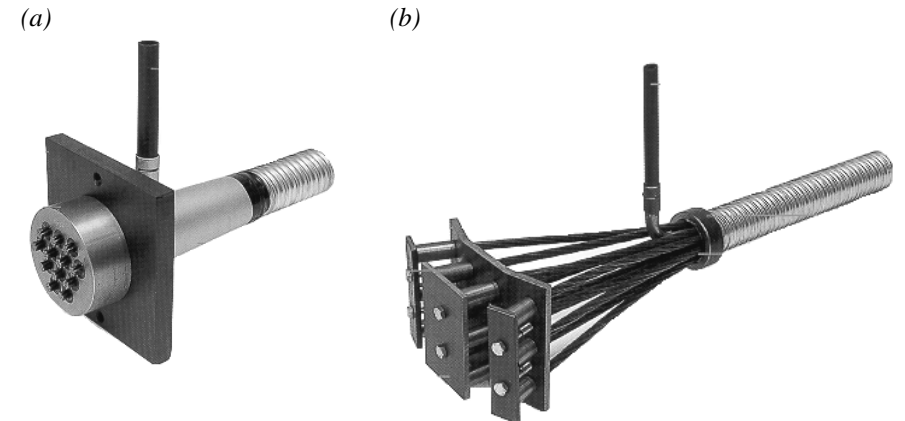


Figure 1.2: Tête d'ancrage mobile (a) et fixe (b). Noter la gaine et la pipe verticale qui sert à l'injection du câble après la mise en tension finale

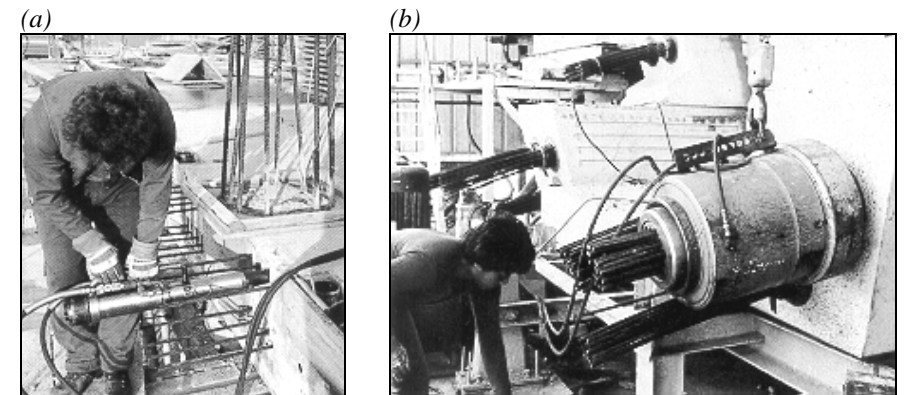


Figure 1.3 : Vérins hydrauliques ; (a) pour la mise en tension de petites unités (force max. 155 kN, poids du vérin 23 kg) et (b) pour des grosses unités (jusqu'à 10'000 kN, poids du vérin 2'290 kg)

## La précontrainte par pré-tension de l'acier

Dans la précontrainte par pré-tension, l'armature de précontrainte est mise en tension avant la mise en place du béton selon la séquence suivante :

1. L'armature de précontrainte est mise en tension sur une structure rigide, le banc de préfabrication. Le procédé est similaire à la mise en tension d'une corde d'instrument de musique.
2. Le béton est ensuite mis en place. Puisqu'elle n'est pas séparée du béton par une gaine, l'armature de précontrainte adhère au béton grâce aux aspérités de sa surface, exactement comme une armature en acier ordinaire.
3. Une fois que le béton a suffisamment durci et que la résistance nécessaire est atteinte, l'armature de précontrainte est coupée à l'extrémité des éléments de béton et le cadre de mise en tension est déchargé. La force de précontrainte est transmise au béton grâce à l'adhérence entre l'acier et le béton, qui empêche l'armature de se raccourcir.

Les bancs de mise en précontrainte sont des structures importantes, dont le poids et les dimensions peuvent être très grands. C'est pourquoi, la précontrainte par pré-tension est difficilement applicable sur le chantier et s'applique généralement aux *structures préfabriquées* en usine.

Par rapport à la post-tension, la pré-tension a l'avantage important d'être économique. En effet, elle ne nécessite ni gaines, ni têtes d'ancrage ni injection des câbles.

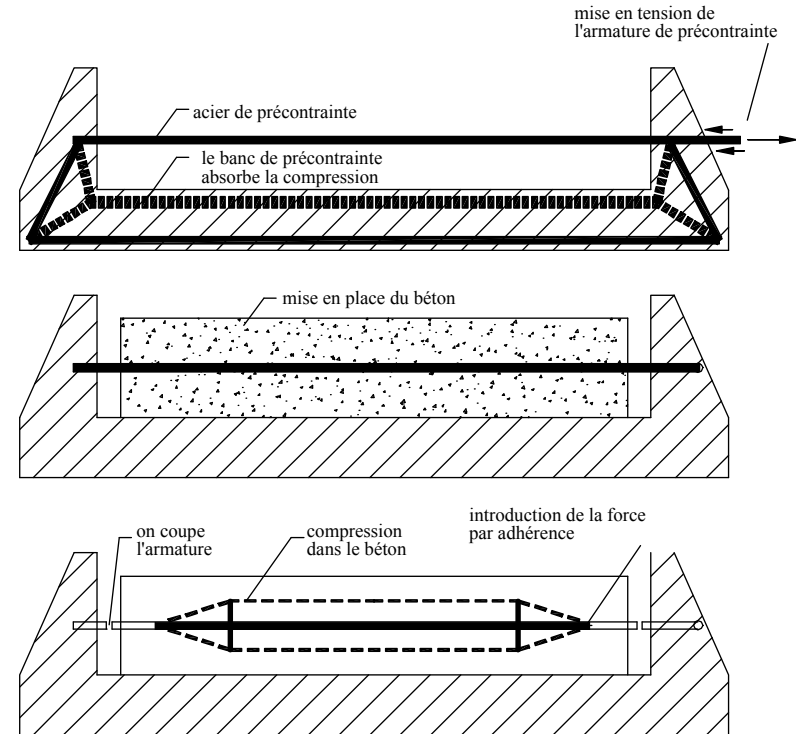


Figure 1.4 : Représentation schématique de la précontrainte par pré-tension de l'acier

## Les aciers de précontrainte et le niveau de sollicitation

Pour les câbles de précontrainte, on utilise généralement des :

- a) torons à très haute résistance
- b) barres à haute résistance
- c) fils d'acier à très haute résistance.

Les barres et les fils sont de moins en moins utilisés, de sorte qu'aujourd'hui les torons (fig. 1.5) constituent la majorité des câbles pour la post-tension et des armatures pour la précontrainte par pré-tension.

Comme l'indique la figure 1.6, la limite d'écoulement des barres correspond à environ deux fois celle des barres d'armature ordinaires, tandis que pour les fils et les torons, ce rapport est d'environ trois fois. Ces derniers ne présentent pas un vrai plateau d'écoulement, de sorte que la limite d'écoulement est fixée de façon conven-



Figure 1.5 : Toron avec clavettes à l'extrémité pour l'ancrage sur la tête

tionnelle à la contrainte pour laquelle la déformation irréversible est de 1 mm/m. Pour les aciers de précontrainte, comme d'ailleurs pour tous les aciers, la limite d'écoulement élevée est accompagnée d'une capacité de déformation limitée. Le tableau suivant résume les limites d'écoulement et les résistances à la traction des aciers de précontrainte couramment utilisés (selon SIA 262<sup>2012</sup>).

Type d'acier de précontrainte		Limite d'écoulement $f_{p0,1k}$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Résistance à la traction $f_{pk}$ [N/mm <sup>2</sup> ]
fils	Ø = 3, 4 et 5 mm	1600	1860
	Ø = 6 mm	1520	1770
	Ø = 7 et 8 mm	1440	1670
	Ø = 10 mm	1300	1570
torons	Ø = 12.9 mm, A=100 mm <sup>2</sup>	1600	1860
	Ø = 15.3 mm, A=140 mm <sup>2</sup>	1520/1600	1770/1860
	Ø = 15.7 mm, A=150 mm <sup>2</sup>	1520/1600	1770/1860
Barres écrouies	Ø = 20 mm	900	1100
	Ø = 26, 32 et 36 mm	830/1080	1030/1230

Selon la norme SIA 262<sup>2012</sup>, la contrainte dans les aciers de précontrainte sous charges permanentes (état limite de service, sans actions variables) est limitée de la façon suivante :

- $\sigma_{p0} \leq 0.75 f_{pk}$  lors de la mise en tension des câbles
- $\sigma_{p0} \leq 0.7 f_{pk}$  immédiatement après la mise en tension (précontrainte par post-tension) ou après la libération des ancrages d'extrémité (précontrainte par pré-tension)

Le but de ces limites est de limiter :

- les pertes dues à la relaxation ;
- les probabilités de ruptures imprévues des ancrages et
- les déformations plastiques dans les zones où les câbles sont déviés.

Puisque la précontrainte a généralement un effet favorable, sa force initiale est généralement choisie afin d'atteindre ces limites. Si, par contre, la force de précontrainte a un effet défavorable et la taille du câble ne peut pas être réduite car

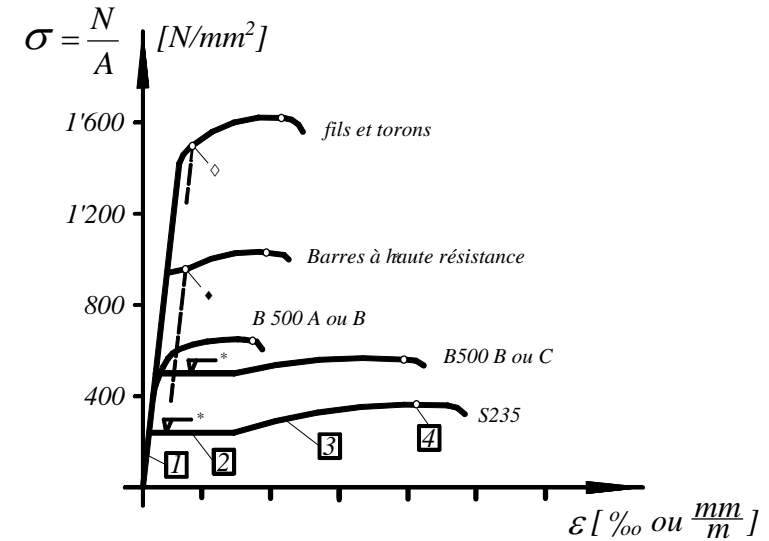


Figure 1.6: Diagramme contrainte-déformation pour les différents types d'armature

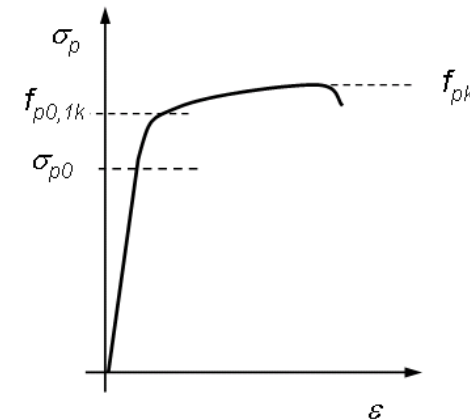


Figure 1.7: Diagramme contrainte-déformation des aciers de précontrainte et contrainte initiale en fonction de la résistance à la traction

**Comment  
considérer la  
précontrainte**

sa résistance à l'état limite ultime est indispensable (indice d'une mauvaise conception de la précontrainte et de la section), la contrainte dans les aciers de précontrainte lors de la mise en tension devra néanmoins être choisie afin de pouvoir activer sa résistance à l'état limite ultime avec des déformations raisonnables. C'est pour cela que la SIA 262<sup>2012</sup> fixe, par exemple, la limite inférieure de la contrainte restante dans l'acier de précontrainte après déduction de toutes les pertes à  $0,45 f_{pk}$ .

La limite supérieure de la contrainte dans l'acier de précontrainte à l'état limite de service sous les autres actions est par contre définie par l'aptitude au service (fissures). Selon la norme SIA 262<sup>2012</sup>, afin de limiter l'ouverture des fissures pour les cas de charge fréquents (voir SIA 260<sup>2003</sup>), la contrainte dans l'acier de précontrainte est limitée à  $f_{pd} - 80 \text{ N/mm}^2$ .

La précontrainte peut être considérée conceptuellement et dans le calcul selon deux approches différentes :

- « *approche forces* » : le béton armé et le câble de précontrainte sont considérés de façon séparée et on étudie les actions exercées par le câble sur le béton armé (fig. 1.8a) ou, vice-versa, les actions exercées par le béton armé sur le câble (fig. 1.8b). Le câble est tendu et donc s'allonge, tandis que le béton armé est comprimé et subit un raccourcissement.
- « *approche autocontrainte* » : le système est composé du béton armé et du câble de précontrainte, ce qui peut être considéré comme la superposition des deux sous-systèmes traités dans l'approche précédente. Les deux composants ont des déformations différentes (béton armé raccourci et câble allongé), mais les forces impliquées sont en équilibre de telle sorte qu'aucune force n'agit sur le système complet \*) (fig. 1.9). C'est pourquoi on parle d'état d'autocontrainte.

\*) nous verrons par la suite que cette affirmation est valable uniquement pour les systèmes isostatiques, car la déformation du béton peut provoquer des réactions d'appui sur une structure hyperstatique.

Il est important de noter que les deux approches sont équivalentes et mènent toujours au même résultat. Dans certains cas, l'«*approche forces*» conduit plus rapidement au résultat, tandis que dans d'autres cas l'«*approche autocontrainte*» est plus efficace.

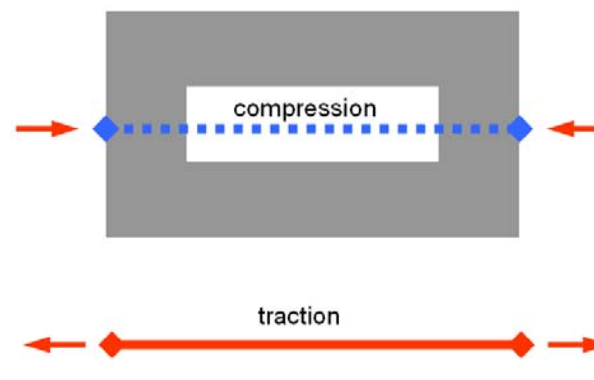


Figure 1.8 : Schéma de l'«*approche forces*» avec (a) efforts exercés par le câble sur le béton et (b) efforts exercés par le béton armé sur le câble



Figure 1.9 : Schéma de l'«*approche auto-contraintes*» avec les efforts dans le béton armé et dans le câble en équilibre



## Les types de forces en jeu

Les instruments musicaux à cordes représentent un bel exemple de structure précontrainte. Les cordes tendues sont fixées à leurs extrémités à la structure en bois par les biais d'«ancrages» (l'un fixe et l'autre mobile). Si nous regardons en détail le violon de la figure 1.10, nous voyons que les cordes sont déviées par le chevalet, de sorte qu'outre les forces d'ancrage, nous avons aussi des forces de déviation. Si les forces d'ancrage compriment essentiellement la structure en bois du violon, la force de déviation exercée par les cordes sur le chevalet la fléchit.

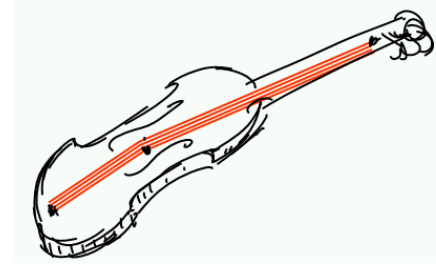


Figure 1.10 : Le violon comme exemple de structure précontrainte avec les cordes tendues et la structure en bois comprimée

Dans les structures en béton armé, les câbles de précontrainte présentent souvent une géométrie non rectiligne, de sorte qu'il en résulte des forces de déviation. Comme nous verrons par la suite, la déviation doit être faite de façon distribuée sur une certaine longueur, de sorte que les forces de déviation ne provoquent pas des contraintes de contact trop élevées. Il faut remarquer que la déviation est relativement facile dans le cas de la précontrainte par post-tension. Dans ce cas, lorsque la précontrainte est intérieure, les gaines sont posées selon une certaine géométrie et les armatures de précontrainte s'adaptent à leur géométrie lors de la mise en tension. Lorsque la précontrainte est extérieure par contre, il faudra prévoir des selles de déviation où a lieu la déviation des câbles. Entre les selles de déviation, le câble prend une géométrie pratiquement rectiligne (le poids du câble étant négligeable par rapport aux forces en jeu).

Dans le cas de la précontrainte par pré-tension, la déviation est par contre plus difficile puisqu'elle nécessitera d'éléments de déviation qui relient les armatures de précontrainte à la structure rigide provisoire (banc de précontrainte). Les éléments de déviation seront coupés une fois que le béton sera mis en place et aura atteint une certaine résistance. A partir de ce moment, la force de déviation sera transmise au béton. C'est pourquoi, afin de simplifier la procédure et éviter les éléments de déviation provisoires, les poutres préfabriquées précontraintes par pré-tension sont généralement conçues avec des câbles rectilignes sans déviation.

Dans le cas de la précontraintes par post-tension, lors de la mise en tension du câble, ce dernier se déplace par rapport à la gaine (précontrainte intérieure) ou par rapport à la selle de déviation (précontrainte extérieure). Ce déplacement relatif combiné à la force de déviation provoque une force de frottement qui est directement proportionnelle à la force de déviation et au coefficient de frottement entre l'acier de précontrainte et l'élément qui reprend la force de déviation.

Pour résumer, comme indiqué dans la figure 1.11, nous avons donc trois types de forces qui s'exercent entre le câble de précontrainte et le béton armé :

- 1) forces d'ancrage
- 2) forces de déviation
- 3) forces de frottement.

	Approche « autocontrainte »	Approche « forces »
Forces d'ancrage		
Forces de déviation		
Forces de frottement		

Figure 1.11 : Forces d'ancrage, de déviation et de frottement selon les deux approches dans le cas d'une précontrainte extérieure

## La géométrie des câbles de précontrainte

Comme nous venons de voir, la précontrainte par pré-tension est généralement rectiligne car les torons ou les fils sont mis en tension avant le bétonnage. En effet, dans ce cas, une déviation serait compliquée à réaliser.

En revanche, dans le cas de la précontrainte par post-tension, la géométrie du câble est généralement choisie afin de suivre plus ou moins exactement la distribution des moments sous charges permanentes. Il en résulte que :

- les forces de déviation sont affines aux charges permanentes et
- le même câble peut être utilisé pour reprendre aussi bien les moments positifs en travée que les moments négatifs sur appuis.

Dans le cas de la précontrainte intérieure, on a donc des géométries essentiellement paraboliques puisque les charges permanentes sont généralement uniformément réparties. En revanche, un câble de précontrainte extérieure a une géométrie polygonale puisqu'il est dévié uniquement sur les selles de déviation.

Les figures 1.12a et b montrent le cas d'une poutre simple et d'une poutre continue. Sur les appuis, le câble passe généralement par l'axe barycentrique de la section afin de ne pas provoquer des moments de flexion (une petite excentricité est possible et même souhaitable dans le cas des ponts avec joints de chaussée afin d'éloigner la tête du câble de la zone critique exposée aux sels de déverglaçage). En travée (points B), le câble est disposé le plus bas possible afin d'augmenter sa flèche  $f$  (forces de déviation) et sa hauteur statique (résistance à la flexion à l'état limite ultime).

Dans les poutres continues (fig. 1.12b), il n'est pas possible de suivre parfaitement la ligne des moments qui présente une pointe sur les appuis. En effet, le câble doit avoir une courbure qui ne dépasse pas une certaine limite afin :

- d'éviter des forces de déviation trop importantes qui pourraient abîmer la gaine lors de la mise en tension ou même provoquer la rupture du béton et
- d'éviter des sollicitations trop importantes des aciers de précontrainte (flexion et compression transversale) qui pourraient provoquer leur rupture prématurée.

Cette limite dépend du type de câble et est définie dans les documentations techniques des entreprises de précontrainte (le rayon de courbure minimal varie entre environ 2 m pour les petits câbles et 7-8 m pour les câbles les plus gros). La longueur  $\ell_2$  dans la fig. 1.12b sera donc choisie suffisamment grande pour éviter ces problèmes, mais suffisamment petite pour que la géométrie du câble ne s'éloigne pas trop de la ligne des moments sous charges permanentes. Bien entendu, sur appui aussi, la hauteur statique sera optimisée (point D le plus haut possible).

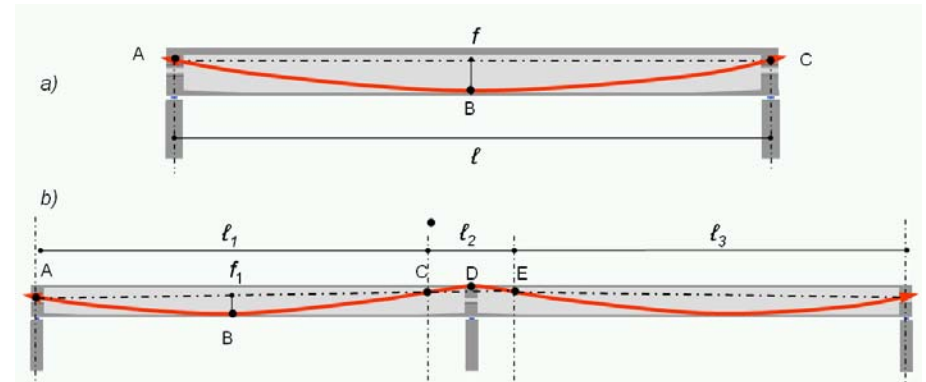


Figure 1.12 : Câbles paraboliques pour une (a) poutre simple et (b) une poutre continue ; (c) exemple de câbles de précontrainte dans un pont continu sur plusieurs travées

**Les pertes de précontrainte dues au frottement**

Pour le calcul du rayon de courbure on pourra admettre que la pente du câble est négligeable, de sorte que pour une parabole de 2<sup>ème</sup> degré:

$$\frac{1}{R} = e'' \cong 8 \frac{f}{\ell^2} \quad (\text{éq. 1.1})$$

où  $\ell$  est la distance mesurée horizontalement entre les extrémités de la parabole et  $f$  est la flèche maximale (mesurée à mi-longueur) entre la parabole et la corde qui relie les deux points à l'extrémité de la parabole. Il est à noter, que ces points (A, C et E dans la figure 1.12) ne sont pas nécessairement sur l'axe barycentrique.

A cause du frottement, la force de précontrainte le long du câble est généralement plus petite que la force appliquée à la tête mobile. C'est pourquoi on parle généralement de « perte de précontrainte due au frottement ». Si on considère l'exemple représenté dans la figure 1.13a, la force dans le câble est maximale à l'extrémité droite où le câble est mis en tension à la tête mobile et diminue vers gauche pour atteindre sa valeur minimale à la tête fixe à gauche. Du fait que lors de la mise en tension, le câble s'allonge et (dans une moindre mesure) le béton se raccourcit, le câble se déplace vers la tête mobile par rapport à la gaine enrobée dans le béton. La force de frottement qui agit sur le câble et s'oppose à ce mouvement relatif est donc dirigée vers la tête fixe.

La force de frottement  $\Delta P$  qui agit sur un élément de longueur infinitésimale  $\Delta x$  (fig. 1.13b) dépend du coefficient de frottement  $\mu$  et de la force de déviation  $P \cdot \Delta\beta$  (fig. 1.13c). Pour tenir compte d'une certaine cohésion et du fait que la gaine présente des imperfections (forces de contact aussi dans un câble théoriquement rectiligne), la force de frottement  $\mu \cdot P \cdot \Delta\beta$  est majorée par un terme qui dépend de la longueur de l'élément et du type de gaine (paramètre  $k$ ) :

$$\Delta P = -P \cdot (\mu \cdot \Delta\beta + k \cdot \Delta x) \quad (\text{éq. 1.2})$$

La solution de cette équation différentielle est :

$$P(x) = P_{\max} \cdot e^{-(\mu\beta+kx)} \quad (\text{éq. 1.3})$$

où  $x$  est la distance à partir de la tête mobile et  $\beta$  est la somme de la valeur absolue des variations d'angle  $\Delta\beta$  :

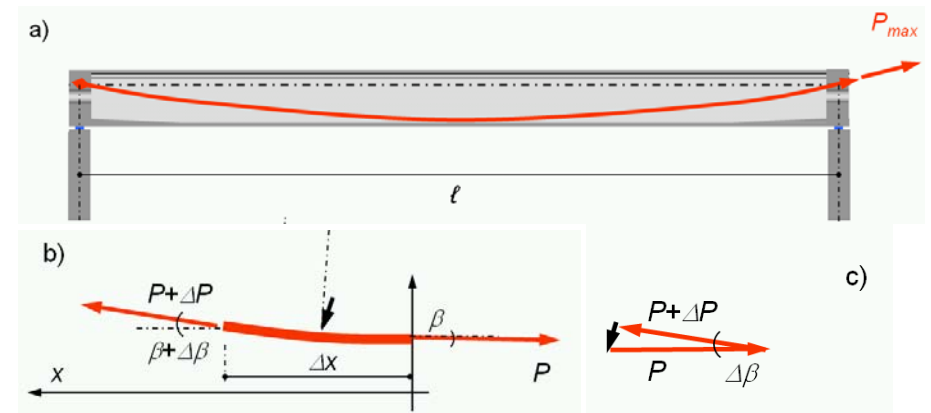


Figure 1.13 : Traitement du frottement : (a) câble courbe avec tête mobile (à droite) et tête fixe (à gauche) ; (b) équilibre des forces sur un élément infinitésimal de câble et (c) polygone des forces

$$\beta(x) = \int_0^x |d\beta| \quad (\text{éq. 1.4a})$$

Les valeurs des paramètres  $\mu$  et  $k$  dépendent du type de gaine et sont proposées dans les documentations techniques des entreprises de précontrainte. Des valeurs indicatives sont énumérées dans le tableau ci-dessous.

Type de gaine		
métallique	$\mu \approx 0.20$	$k \approx 0.0008 \text{ m}^{-1}$
en PE ou PP	$\mu \approx 0.14$	$k \approx 0.0010 \text{ m}^{-1}$

La figure 1.14 montre le calcul des forces de frottement pour le cas d'une poutre simple avec câble parabolique tendu d'un seul côté. L'angle de déviation sur une longueur  $\ell$  peut être calculé par l'équation

$$\beta(\ell) = 8 \frac{f}{\ell} \quad (\text{éq. 1.4b})$$

où  $f$  et  $\ell$  sont les distances définies plus haut (voir fig. 1.12).

Lorsque les pertes de précontrainte sont trop importantes, il est souhaitable de disposer des têtes mobiles des deux côtés et de mettre en tension le câble aux deux extrémités (fig. 1.15).

Une autre façon de réduire les pertes de frottement consiste à mettre en tension le câble à une force plus élevée (par exemple à  $0.75 \cdot f_{pk}$  sur le point A de la figure 1.15) et relâcher ensuite le vérin à une force inférieure (environ  $0.65 \cdot f_{pk}$ , point C, afin de ne pas dépasser  $0.7 \cdot f_{pk}$  au point B) avant de fixer le câble sur la tête mobile.

Un effet similaire a lieu lors de la fixation du câble dans le cas des torons chevillés par clavettes (fig. 1.5). Pour que ces dernières puissent agir, un glissement  $\Delta \ell$  de quelques millimètres se produit à l'intérieur de la tête de sorte que le câble s'éloigne de la tête sur une distance  $\ell'$  (entre B et C dans la figure 1.15) et une perte de précontrainte en résulte. Cette diminution peut être estimée par linéarisation de l'éq. 1.3 et en admettant que la courbure est constante et égale à  $e''$ :

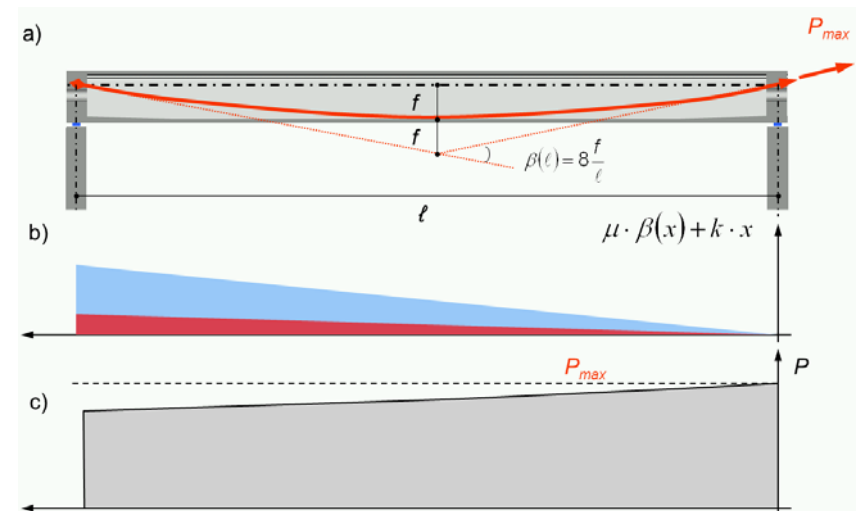


Figure 1.14 : Frottement d'une poutre simple : (a) câble courbe avec tête mobile (à droite) et tête fixe (à gauche) ; (b) répartition de la valeur  $\mu\beta + kx$  et (c) répartition de la force de précontrainte

$$\Delta P \cong -(\mu\beta + kx) \cdot P_{\max} = -(\mu e'' + k) \cdot x \cdot P_{\max} \quad (\text{éq. 1.5})$$

Il en résulte que la longueur sur laquelle le câble se raccourcit  $\ell'$  est liée à  $\Delta P$  par l'équation :

$$\Delta P \cong -(\mu e'' + k) \cdot \ell' \cdot P_{\max} \quad (\text{éq. 1.6})$$

et puisque le raccourcissement du câble est égal à

$$\Delta \ell = \frac{-\Delta P \cdot \ell'}{E_p A_p} \quad , \quad (\text{éq. 1.7})$$

la perte de force de précontrainte due au glissement  $\Delta \ell$  des clavettes vaut :

$$\frac{\Delta P}{P_{\max}} = -\sqrt{\frac{E_p \cdot A_p}{P_{\max}} (\mu e'' + k) \cdot \Delta \ell} = -\sqrt{\frac{(\mu e'' + k) \cdot \Delta \ell}{\varepsilon_{P,\max}}} \quad (\text{éq. 1.8a})$$

où

$$\varepsilon_{P,\max} = \frac{P_{\max}}{E_p \cdot A_p} = \frac{\sigma_{P,\max}}{E_p} \quad (\text{éq. 1.8b})$$

est la déformation à l'extrémité du câble avant la perte.

Il faut remarquer que la linéarisation de l'équation 1.3 est utilisable aussi pour le calcul des pertes de précontrainte dues au frottement le long du câble lorsque l'angle total  $\beta$  est relativement petit (la fonction exponentielle peut être remplacée par une droite, voir figures 1.14 et 1.15). Cependant, quand la courbure du câble n'est pas constante comme dans le cas de la poutre continue représentée à la figure 1.16, les pentes différentes de la fonction  $\mu \cdot \beta(x) + k \cdot x$  doivent être considérées (voir figures 1.16b et c).

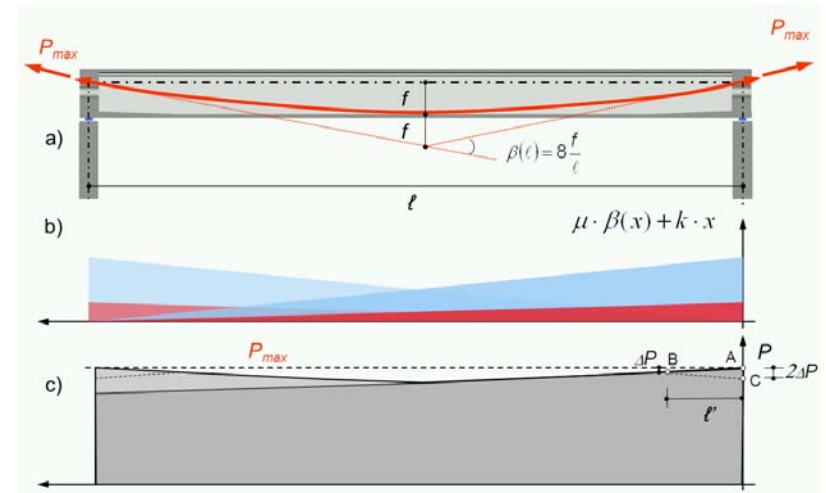


Figure 1.15 : Frottement d'une poutre simple : (a) câble courbe avec têtes mobiles des deux côtés ; (b) répartition de la valeur  $\mu\beta + kx$  et (c) répartition de la force de précontrainte

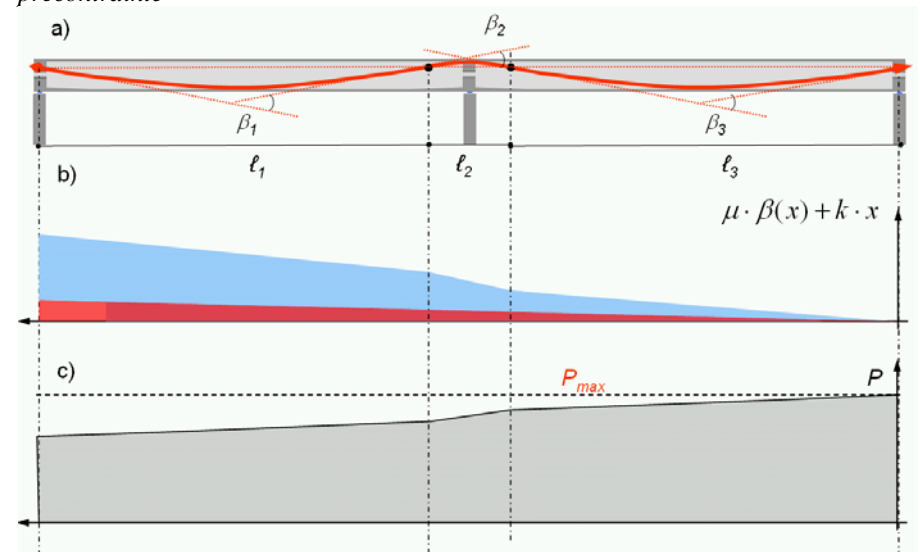


Figure 1.16 : Frottement d'une poutre continue avec une seule tête mobile: (a) géométrie ; (b) répartition de la valeur  $\mu\beta + kx$  et (c) répartition de la force de précontrainte

## Les pertes de précontrainte dues aux effets différés

Exactement comme dans le violon représenté à la figure 1.10, les forces de précontrainte varient dans le temps à cause des trois effets liés aux comportements de l'acier de précontrainte et du béton. Ces phénomènes sont :

1. *la relaxation* de l'acier de précontrainte : perte de force à déformation constante ;
2. *le retrait* hygrométrique et endogène du béton : le raccourcissement du béton dans le temps provoque un raccourcissement du câble et une perte de précontrainte qu'y est associée et
3. *le fluage du béton* : la contrainte de compression dans le béton provoque son raccourcissement élastique ainsi qu'un incrément de déformation dans le temps dû au fluage. Le raccourcissement élastique a un effet sur la force de précontrainte à court terme uniquement dans le cas de la précontrainte par pré-tension tandis que dans le cas de la précontrainte par post-tension, l'effet a lieu uniquement sur les efforts dans les structures hyperstatiques et sera considéré dans le calcul des efforts lors de la mise en tension. Par contre, le raccourcissement dû au fluage provoque une perte de la force de précontrainte.

## Relaxation

La perte par relaxation est généralement exprimée en % de la contrainte initiale et dépend :

- du type d'acier (voir classes de relaxation) ;
- du temps (durée de la mise en charge) et
- de la contrainte initiale.

Afin de mesurer le premier effet, des essais de relaxation sont effectués sur des échantillons sollicités initialement à une contrainte égale à  $0.7 \cdot f_{pk}$  et à température constante ( $T = 20^\circ\text{C}$ ). La perte est ensuite mesurée à 1000 heures (valeur de la perte  $\rho_{1000}$  en %). Selon la norme EC2<sup>2004</sup>, les aciers doivent satisfaire les exigences suivantes :

- classe 1 : fils et torons, relaxation ordinaire :  $\rho_{1000} \leq 8\%$  ;
- classe 2 : fils et torons, relaxation réduite :  $\rho_{1000} \leq 2.5\%$  et
- classe 3 : barres : barres traitées à chaud ou écrouies à froid :  $\rho_{1000} \leq 4\%$  .

Selon MC<sup>1990</sup>, les effets de la durée et de la contrainte initiale peuvent être considérés par la relation :

$$\rho(t, \sigma_{p0}) = \rho_{1000} \left( \frac{t}{1000} \right)^{0.19} \cdot \left( \frac{\sigma_{p0}}{0.7 \cdot f_{pk}} \right)^{4.8} \quad (\text{éq. 1.9})$$

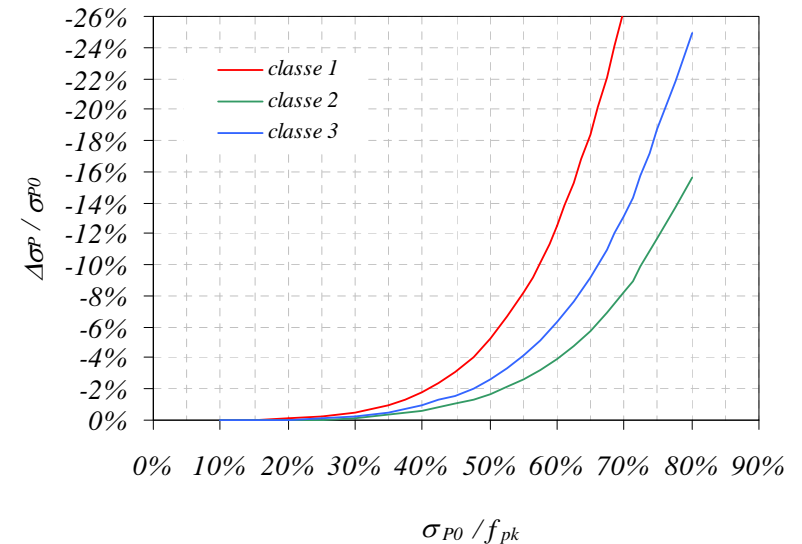


Figure 1.17 : Perte par relaxation à long terme en fonction de la contrainte initiale pour les trois classes de relaxation (valeurs admissibles selon les classes)

**Effet combiné de la relaxation, du retrait et du fluage**

de sorte que la relaxation à long terme (environ 60 ans) vaut approximativement 3.3 fois la relaxation à court terme (1000 heures). L'influence de la contrainte initiale sur les pertes dues à la relaxation est représentée dans la figure 1.17. On y peut observer que :

- les pertes augmentent sensiblement dès que la contrainte initiale dépasse 60-70% de  $f_{pk}$  (c'est pourquoi il n'est pas judicieux de solliciter les aciers à des contraintes trop élevées, voir chapitre « Les aciers de précontrainte et le niveau de sollicitation ») et que

les aciers de classe 1 et 3 sont à éviter (exiger les documents nécessaires par les entreprises de précontrainte).

Sans considérer l'interaction entre ces trois effets, la perte de précontrainte peut être calculée directement en admettant que l'acier de précontrainte en adhérence avec le béton aura les mêmes variations de déformation :

$$\begin{aligned} \Delta P &= -\rho(t, \sigma_{p0}) \cdot P_0 + A_p \cdot E_p \cdot (\varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cc}(t, t_0, \sigma_c)) \\ &= -\rho(t, \sigma_{p0}) \cdot P_0 + A_p \cdot E_p \cdot \left( \varepsilon_{cs}(t) + \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0) \right) \end{aligned} \quad (\text{éq. 1.10})$$

où  $\varphi(t, t_0)$  est le coefficient de fluage à l'instant  $t$  et pour une contrainte  $\sigma_c$  (compression négative) appliquée au temps  $t_0$ .

L'interaction entre les trois effets peut être considérée par la formule proposée par la norme EC2<sup>2004</sup> dérivée de la méthode de Trost :

$$\Delta P = \frac{-0.8 \cdot \rho(t, \sigma_{p0}) \cdot P_0 + A_p \cdot E_p \cdot \left( \varepsilon_{cs}(t) + \frac{\sigma_c}{E_c} \cdot \varphi(t, t_0) \right)}{1 + \frac{E_p}{E_c} \frac{A_p}{A_c} \left( 1 + \left( \frac{e}{i_c} \right)^2 \right) \cdot (1 + 0.8 \cdot \varphi(t, t_0))} \quad (\text{éq. 1.11})$$

où :

$e$  est la distance entre le câble de précontrainte et le barycentre de la section de béton

$i_c$  est le rayon de giration de la section en béton ( $i_c = \sqrt{I_c/A_c}$ )

Le facteur 0.8 appliqué à la perte due à la relaxation tient compte du fait qu'avec les

**Le calcul des efforts dus à la précontrainte dans une structure isostatique**

pertes dues au retrait et au fluage, la contrainte dans l'acier de précontrainte ainsi que les pertes de relaxation (fig. 1.17) seront réduites.

Nous étudions d'abord par l'« approche forces » le cas d'une poutre sollicitée par un câble rectiligne avec excentricité  $e$  constante (fig. 1.18a). Si nous négligeons les forces de frottement, et puisque les forces de déviation sont inexistantes, les seuls efforts agissants entre le câble et le béton armé sont représentés par les forces d'ancrage (la figure 1.18b indique les forces exercées par le câble sur la structure en béton). Les efforts de réduction dans la structure en béton peuvent donc être déterminés de manière très simple :

$$N = -P \quad (\text{éq. 1.12a})$$

$$M = -P \cdot e \quad (\text{éq. 1.12b})$$

$$V = 0 \quad (\text{éq. 1.12c})$$

Selon l'« approche autocontraintes », le béton et le câble sont considérés ensemble, de sorte que les efforts dans les deux éléments s'annulent. Sur la coupe représentée à la figure 1.18e agissent les deux efforts dans le béton et dans l'acier qui peuvent être représentés par deux vecteurs sur la même ligne d'action (correspondante à l'axe du câble), de même intensité (correspondants à la force de précontrainte  $P$ ), mais de sens inverse. L'effort dans le béton armé (vecteur bleu dans la figure 1.18e) correspond donc aux éléments de réduction indiqués par les équations 1.12a-c.

Dans le cas représenté à la figure 1.19, où le câble suit une géométrie parabolique, en plus des forces d'ancrage agissent aussi des forces de déviation (les forces de frottement sont négligées pour le moment).

Nous traitons d'abord ce cas par l'« approche autocontraintes » et nous admettons que l'angle d'inclinaison  $\beta_p$  du câble par rapport à l'axe barycentrique est petit de sorte qu'on peut admettre  $\cos \beta_p \approx 1$  et  $\sin \beta_p \approx \tan \beta_p$ . L'effort dans le béton armé (vecteur bleu dans la figure 1.19f) correspond aux éléments de réduction suivants :

$$N = -P \cdot \cos \beta_p \approx -P \quad (\text{éq. 1.13a})$$

$$M = -P \cdot \cos \beta_p \cdot e \approx -P \cdot e \quad (\text{éq. 1.13b})$$

$$V = -P \cdot \sin \beta_p \approx -P \cdot \tan \beta_p = -P \cdot e' \quad (\text{éq. 1.13c})$$

Il faut remarquer que ces équations sont valables de façon générale pour tout système isostatique à condition uniquement que l'inclinaison du câble soit faible.

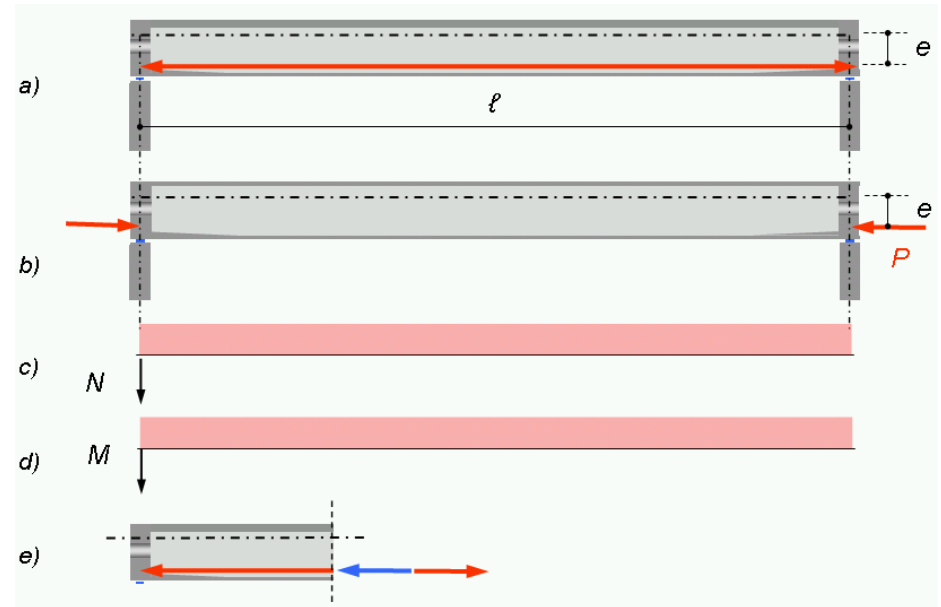


Figure 1.18 : Cas d'une poutre avec précontrainte rectiligne (a) ; (b) forces sur le béton armé (approche forces) ; (c) effort normal ; (d) moment de flexion dans le béton armé et (e) « approche autocontraintes » avec effort dans le **béton** et dans le **câble**



Dans notre exemple, la géométrie du câble est définie par :

$$e(x) = f \left( 1 - \frac{4x^2}{\ell^2} \right) \quad (\text{éq. 1.14a})$$

de sorte que

$$e'(x) = -8 \frac{f \cdot x}{\ell^2} \quad (\text{éq. 1.14b})$$

et

$$e''(x) = -8 \frac{f}{\ell^2} \quad (\text{éq. 1.14c})$$

Le moment de flexion à mi-travée et l'effort tranchant sur appui valent donc :

$$M_{\max} = -P \cdot f \quad (\text{éq. 1.15a})$$

$$V_{\max} = -4 \frac{P \cdot f}{\ell} \quad (\text{éq. 1.15b})$$

L'équation différentielle  $M'' = -q$  définissant l'équilibre permet d'obtenir la force de déviation  $p$  par les équations 1.13b et 1.14c :

$$p = P \cdot e''(x) = -8 \frac{P \cdot f}{\ell^2} \quad (\text{éq. 1.16})$$

$p$  est donc une force uniformément répartie qui agit vers le haut de sorte à s'opposer aux poids permanents sur la poutre et à la soulager. L'équation 1.16 est généralement valable pour les câbles à géométrie parabolique (parabole de 2<sup>ème</sup> ordre) à condition de considérer la flèche  $f$  comme la distance maximale entre la parabole et la sécante par deux points situés sur la parabole à une distance  $\ell$  (voir fig. 1.12).

Bien entendu, les mêmes résultats peuvent être obtenus par l'« approche forces ». Dans ce cas, on négligera la composante horizontale des forces de déviation (cette hypothèse dérive du fait que l'inclinaison  $\beta_p$  a été admise comme petite) et on pourra calculer la force de déviation  $p$  sur la base de l'équilibre des forces représentées à la figure 1.19b. On considérera que les forces d'ancrage sont inclinées (tangentes au câble sur l'appui) et convergent à mi-travée sur un point situé à une distance  $2f$  de l'axe de référence (axe barycentrique dans notre cas).

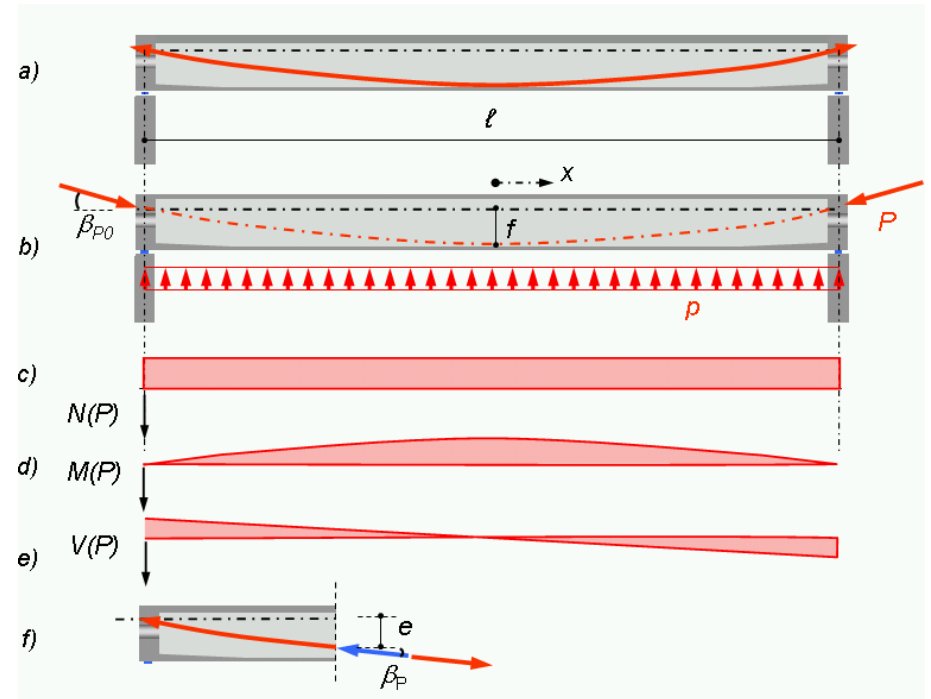


Figure 1.19 : Cas d'une poutre avec précontrainte parabolique (a) ; (b) forces sur le béton armé (approche forces) ; (c) effort normal ; (d) moment de flexion ; (e) effort tranchant dans le béton armé et (f) « approche autocontraintes » avec effort dans le **béton** et dans le **câble**

## Les efforts sur une poutre courbe

La poutre courbe représentée à la figure 1.20 peut aussi être étudiée selon les deux approches, mais dans ce cas aussi, l'«approche autocontraintes» permet de déterminer plus rapidement les efforts (fig. 1.20c). Puisque les efforts dans le câble et dans le béton armé doivent se compenser et que l'effort dans le câble suit sa géométrie, l'effort dans le béton armé a aussi comme ligne d'action la géométrie du câble. Il en résulte que si le câble est centré, les éléments de réduction sont :

$$N = -P \quad (\text{éq. 1.17a})$$

$$M = 0 \quad (\text{éq. 1.17b})$$

$$V = 0 \quad (\text{éq. 1.17c})$$

Cette structure se comporte comme un arc soumis à la force de déviation du câble et aux deux forces d'ancrage (fig. 1.20b).

Même en cas de déplacement de la poutre, dans le cas d'une précontrainte intérieure, le câble s'adapte à la nouvelle géométrie et les efforts demeureront inchangés. C'est pour cela qu'une précontrainte interne ne provoque aucun effet de second ordre.

Ces considérations sont importantes dans l'analyse des ponts courbes (fig. 1.21a). Pour la détermination des efforts dus à la précontrainte dans une âme (fig. 1.21b), il n'est pas nécessaire de calculer les forces de déviation (fig. 1.21c) car les efforts peuvent tout simplement être calculés sur la base de l'excentricité du câble par rapport à l'axe barycentrique de la poutre (fig. 1.21d).

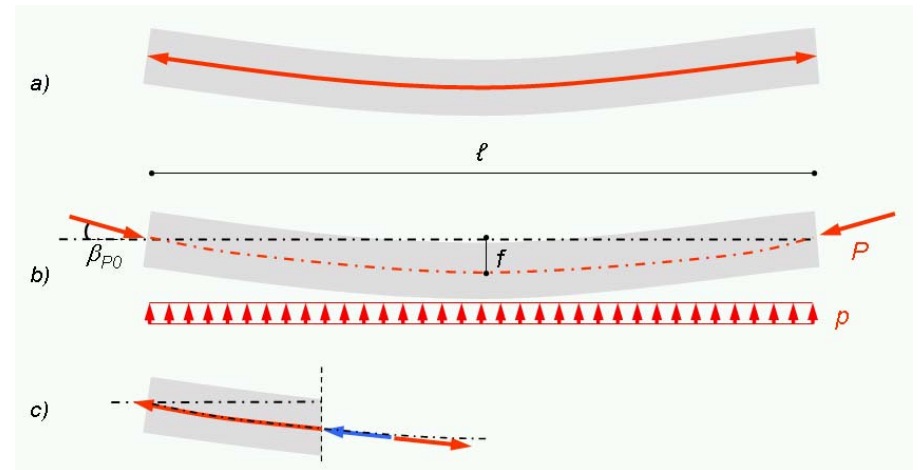


Figure 1.20 : Cas d'une poutre courbe avec précontrainte centrée (a) ; (b) forces sur le béton armé (approche forces) et (c) « approche autocontraintes » avec effort dans le **béton** et dans le **câble**

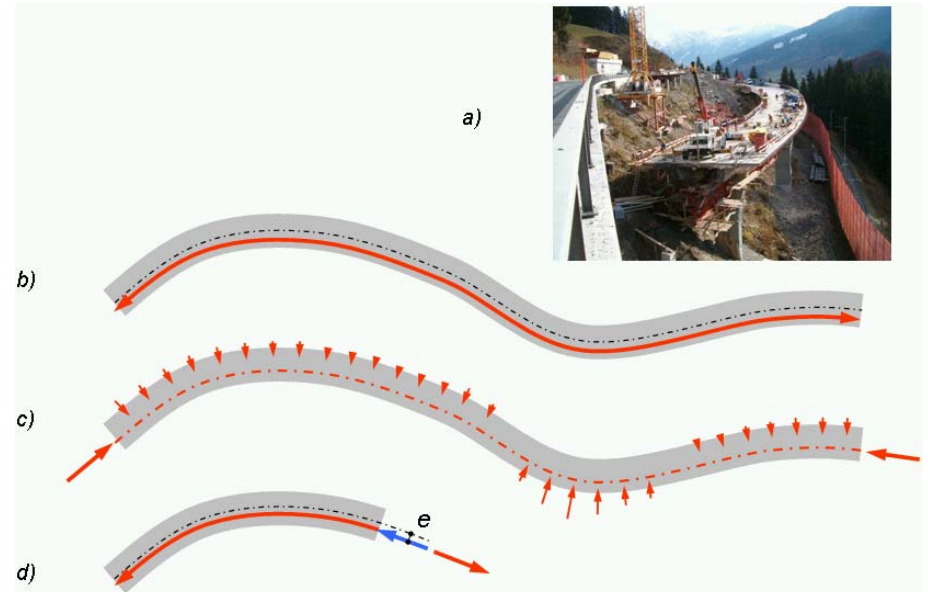


Figure 1.21 : Exemple d'une poutre courbe avec précontrainte centrée (a et b) ; (c) forces sur le béton armé (approche forces) et (d) « approche autocontraintes »

**Le calcul des efforts dus à la précontrainte dans une structure hyperstatique**

Comme nous avons vu, la précontrainte provoque un effort de compression auquel est associé un raccourcissement et souvent une flexion de la structure. Dans le cas d'une structure hyperstatique, ces déformations de la structure peuvent être entravées par les appuis, de sorte que des réactions dues à la précontrainte et des efforts appelés hyperstatiques en résultent.

Si pour les structures isostatiques, l'«approche autocontraintes» permet une détermination plus simple des efforts, dans le cas des structures hyperstatiques, l'«approche forces» est généralement à préférer.

L'exemple de la figure 1.22 présente un cadre formé par une poutre encastrée dans des piédroits très rigides. L'effet du câble rectiligne peut être considéré par les deux forces d'ancrage (fig. 1.22b) qui, dans notre cas, sont reprises directement par les piédroits et transmises directement aux fondations. Il en résulte que dans ce cas la poutre ne subit pas l'influence de la précontrainte et n'est sollicitée ni en compression ni en flexion. En d'autres termes, les effets hyperstatiques compensent complètement les efforts qui résulteraient dans une structure isostatique.

Le cas décrit par la figure 1.23 est légèrement différent, dans le sens que l'un des piédroits peut se déplacer dans le sens longitudinal. Il en résulte que l'effort normal vaut

$$N = -P \quad (\text{éq. 1.18a})$$

tandis que le moment, dérivant de l'effet isostatique  $M(P) = -P \cdot e$  est encore une fois compensé par l'effet hyperstatique car la poutre, à ses deux extrémités, ne peut pas tourner à cause de la rigidité à la flexion très élevée des piédroits :

$$M = 0 = -P \cdot e + M_H \quad (\text{éq. 1.18b})$$

Dans ce cas, comme dans le précédent, le moment hyperstatique résulte de l'action des fondations qui s'opposent à la rotation de la poutre (moments  $M_H$  dans la figure 1.23b). Ces forces de réaction résultant de la précontraintes s'ajoutent donc, pour des systèmes hyperstatiques, aux forces d'ancrage, de déviation et de frottement que nous avons déjà évoquées pour les systèmes isostatiques.

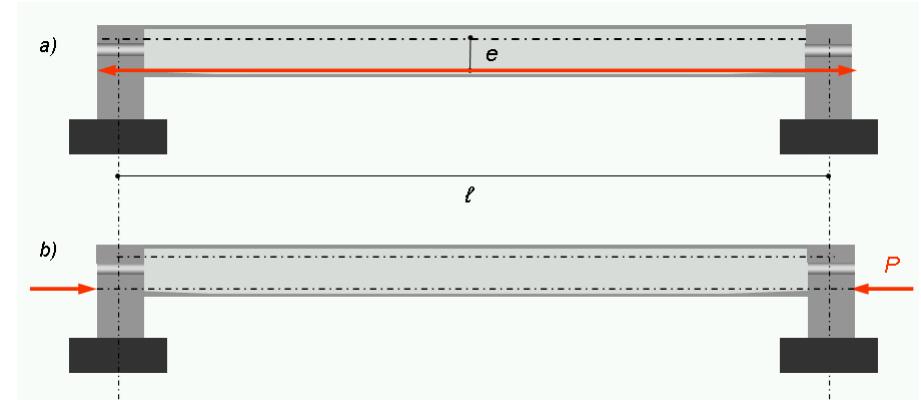


Figure 1.22 : Cadre formé par une poutre encastrée dans des piédroits fixes très rigides (a) et (b) « approche forces »

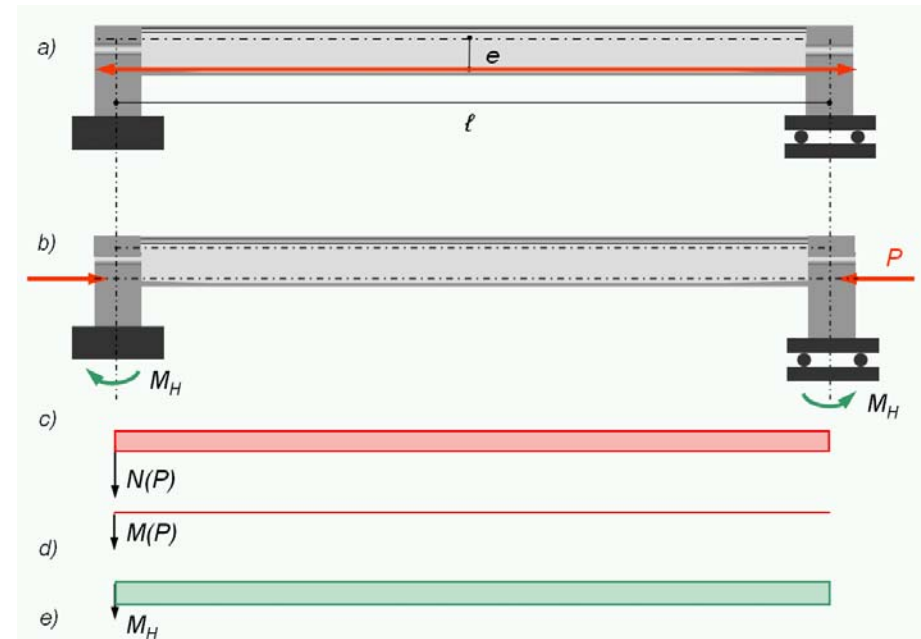


Figure 1.23 : Cadre formé par une poutre encastrée dans des piédroits très rigides, mais mobiles dans le sens longitudinal (a) et (b) « approche forces » ; (c) effort normal ; (d) moment total et (e) composante hyperstatique du moment de flexion

Dans le cas représenté dans la figure 1.24, les piédroits sont de nouveau fixés sur les fondations de sorte que la poutre ne peut pas se raccourcir et la composante hyperstatique de l'effort normal (actions des appuis sur la poutre)  $N_H = P$  compense complètement l'effet isostatique :

$$N = 0 = -P + N_H \quad (\text{éq. 1.19a})$$

Pour ce qui concerne la flexion, la force de déviation uniformément répartie  $p = 8 \cdot P \cdot f / \ell^2$  sur la poutre bi encastrée provoque des moments d'encastrement :

$$M = \frac{8 \cdot P \cdot f}{\ell^2} \cdot \frac{\ell^2}{12} = \frac{2}{3} P \cdot f = -P \cdot e + M_H \quad (\text{éq. 1.19b})$$

Puisque, dans ce cas l'excentricité sur appuis est  $e = 0$ , il en résulte un moment hyperstatique :

$$M_H = \frac{2}{3} P \cdot f \quad (\text{éq. 1.19c})$$

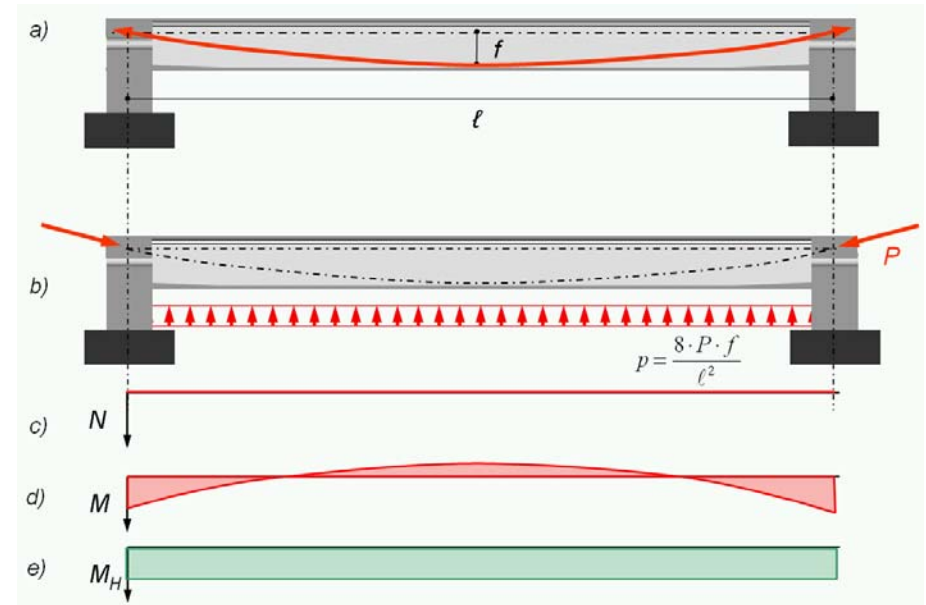


Figure 1.24 : Cadre formé par une poutre encastrée dans des piédroits très rigides, avec câble parabolique (a) et (b) « approche forces » ; (c) effort normal ;(d) moment total et (e) composante hyperstatique du moment de flexion

**Comportement  
d'un tirant  
précontraint par  
pré-tension**

Dans la poutre sur trois appuis représentée à la figure 1.25, le câble parabolique est admis comme n'ayant pas de courbure vers le bas sur l'appui central (approximation avec force de déviation concentrée).

La force de déviation uniformément répartie  $p = 8 \cdot P \cdot f / \ell^2$  provoque le moment sur l'appui central :

$$M = \frac{8 \cdot P \cdot f}{\ell^2} \cdot \frac{\ell^2}{8} = P \cdot f = P \cdot e_1 + M_H \quad (\text{éq. 1.20a})$$

de sorte que le moment hyperstatique sur appui (figure 1.25g) vaut :

$$M_H = P \cdot (f - e_1) \quad (\text{éq. 1.20b})$$

Ce moment est provoqué par les réactions d'appui (vecteurs verts dans la figure 1.25g) dont les intensités sont  $M_H / \ell$  sur les culées et  $2M_H / \ell$  sur l'appui central. Bien entendu, ces réactions d'appui sont en équilibre et s'annulent puisque la précontrainte est un état d'autocontraintes.

Considérons d'abord le comportement mécanique d'un élément tendu précontraint par pré-tension et sans armature ordinaire. Le comportement de l'acier de précontrainte est idéalisé par une loi contrainte-déformation bilinéaire sans écrouissage (fig. 1.26b). Le comportement du tirant, en termes de diagramme effort-allongement, peut facilement être construit par la superposition du comportement du béton et de celui de l'acier de précontrainte en déplaçant horizontalement ce dernier (voir fig. 1.26). Dans le cas de la précontrainte par pré-tension, ce déplacement correspond à l'allongement imposé à l'acier avant de mettre en place le béton :

$$\Delta \ell_1 = \Delta \varepsilon_{p1} \cdot \ell = \frac{\sigma_{p1}}{E_p} \cdot \ell \quad (\text{éq. 1.21})$$

où  $\sigma_{p1}$  est la contrainte dans l'acier lorsqu'il est mis en pré-tension. Le diagramme

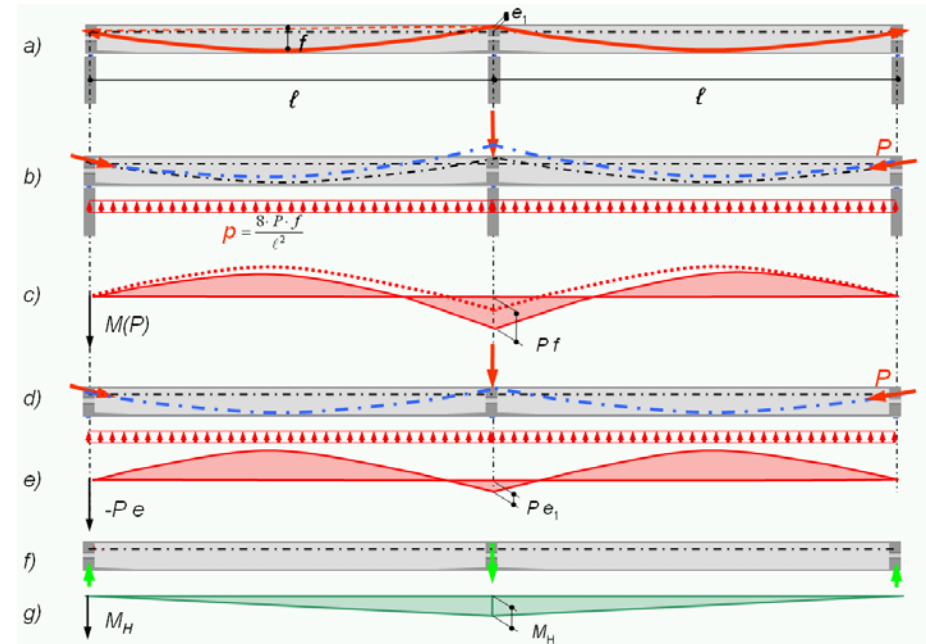


Figure 1.25 : Poutre continue, avec câble parabolique (a) et (b) « approche forces » ; (c) moment total (ligne traitillée = moment isostatique);(d) forces d'ancrage et de déviation sur le système isostatique ; (e) moments isostatiques ; (f) forces d'appui et (g) composante hyperstatique du moment de flexion

du tirant ainsi construit montre que l'état sans effort axial, qui correspond à la situation après avoir coupé les armatures de précontrainte sur le banc de préfabrication, est caractérisé par une compression du béton et une légère perte de contrainte dans l'acier qui résulte du raccourcissement du béton en compression. Ce raccourcissement, dit de décompression, peut être tiré de la condition :

$$(\varepsilon_{p1} \cdot \ell - \Delta\varepsilon_{dec} \cdot \ell) \cdot A_p \cdot E_p = \Delta\varepsilon_{dec} \cdot \ell \cdot A_c \cdot E_c \quad \text{d'où} \quad (\text{éq. 1.22})$$

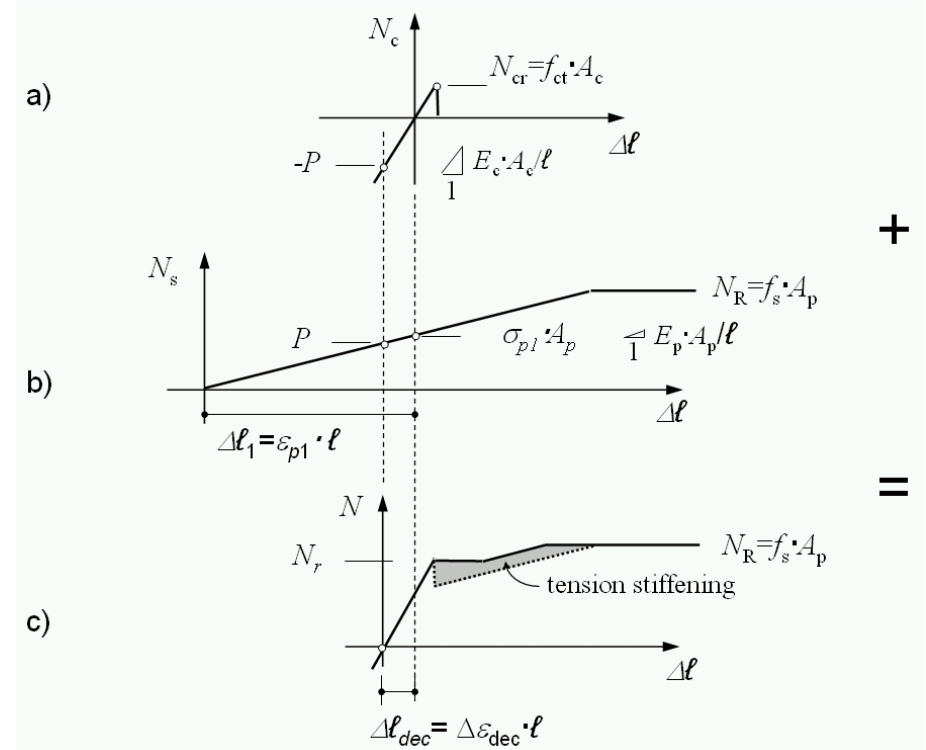
$$\Delta\varepsilon_{dec} = \varepsilon_{p1} \cdot \frac{A_p \cdot E_p}{A_p \cdot E_p + A_c \cdot E_c} = \frac{\sigma_{p1}}{E_p} \cdot \frac{n \cdot \rho_p}{1 + \rho_p \cdot (n-1)} \quad \text{et} \quad (\text{éq. 1.23a})$$

$$P = E_p \cdot A_p \cdot (\varepsilon_{p1} - \Delta\varepsilon_{dec}) = \sigma_{p1} \cdot A_p \cdot \frac{1 - \rho_p}{1 + \rho_p \cdot (n-1)} \quad (\text{éq. 1.23b})$$

où  $n$  est le rapport entre les modules d'élasticité  $E_p/E_c$  et  $\rho_p$  le taux d'armature de l'acier de précontrainte ( $\rho_p = A_p/(A_c + A_p)$ ). Le diagramme de la figure montre aussi que par rapport au tirant non précontraint, la charge de fissuration est sensiblement augmentée :

$$N_r = N_{cr} \cdot (1 + n\rho_p) + \sigma_{p1} \cdot A_p = N_{cr} \cdot (1 + n\rho_p) + P \cdot \frac{1 + \rho_p \cdot (n-1)}{1 - \rho_p} \cong N_{cr} + P \quad (\text{éq. 1.24})$$

où  $N_{cr}$  est la charge de fissuration d'un tirant similaire non précontraint.



**Comportement d'un tirant précontraint par post-tension**

Dans le cas de la post-tension, le diagramme est identique. La seule différence est constituée par la compression qui a lieu lors de la mise en tension du câble. La force de précontrainte, à part les pertes dues au frottement et aux effets différés, est donc celle mesurée sur le vérin. Avec la force de précontrainte

$$P = \sigma_{p0} \cdot A_p \quad (\text{éq. 1.25})$$

la déformation de décompression est

$$\Delta \varepsilon_{dec} = \frac{P}{E_c \cdot A_c} = \varepsilon_{p0} \cdot \frac{n \rho_p}{1 - \rho_p} \quad (\text{éq. 1.26})$$

et l'effort de fissuration devient

$$N_r = (N_{cr} + P) \cdot (1 + n \rho_p) \cong N_{cr} + P \quad (\text{éq. 1.27})$$

Après fissuration, le comportement est sensiblement différent dans le cas avec, ou sans adhérence. Dans ce dernier cas, la déformation se localise dans une seule fissure et la rigidité baisse fortement (fig. 1.27c). La résistance

$$N_R = f_s \cdot A_p \quad (\text{éq. 1.28})$$

est atteinte pour un allongement

$$\Delta \ell_R = \left( \frac{f_s}{E_p} - \varepsilon_{p0} - \Delta \varepsilon_{dec} \right) \cdot \ell \quad (\text{éq. 1.29})$$

qui peut devenir considérable pour des tirants d'une certaine longueur. Puisque des ouvertures de fissures trop importantes peuvent devenir problématiques même à l'état limite ultime, la résistance du tirant est définie par les normes comme l'effort qui provoque un déplacement jugé admissible à l'état limite ultime. L'équation 1.29 donne donc :

$$\begin{aligned} N_R &= A_p \cdot \sigma_{pR} = A_p \cdot E_p \cdot \left( \frac{\Delta \ell_R}{\ell} + \varepsilon_{p0} + \Delta \varepsilon_{dec} \right) \\ &= P + A_p \cdot E_p \cdot \left( \frac{\Delta \ell_R}{\ell} + \Delta \varepsilon_{dec} \right) \end{aligned} \quad (\text{éq. 1.30})$$

En première approximation, la résistance est souvent admise

$$N_R \cong P \quad (\text{éq. 1.31})$$

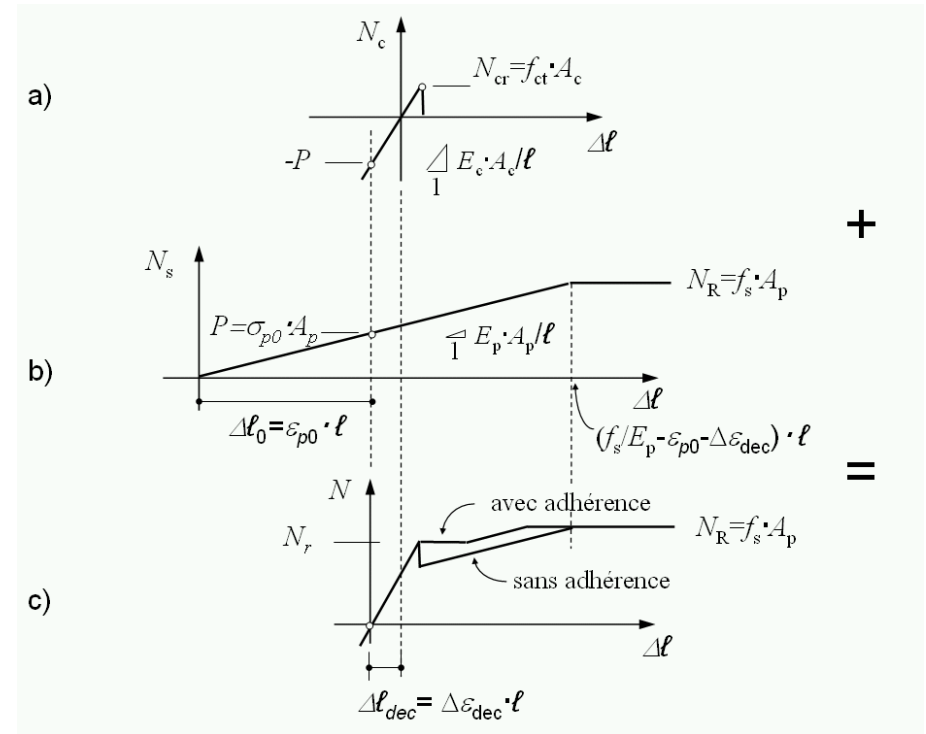


Figure 1.27 : Construction du diagramme effort-allongement du tirant précontraint par post-tension (c) par superposition des caractéristiques du béton (a) et de l'acier de précontrainte (b).

**Effet de la précontrainte sur le comportement mécanique**

La figure 1.28 montre le comportement de trois tirants avec la même section en béton et avec un taux d'armature déterminé pour que les trois éléments aient la même résistance :

- tirant 1 : sans précontrainte avec armature ordinaire,  $f_{sk} = 500 \text{ N/mm}^2$ ,  $\rho = 3.2\%$  ;
- tirant 2 : avec précontrainte adhérente,  $f_{p0.1,k} = 1'590 \text{ N/mm}^2$ ,  $\rho = 1.0\%$ , armature prétendue avec une contrainte initiale  $\sigma_{p0} = 0.7 \cdot f_{pk}$  et
- tirant 3 : même armature que le tirant 2, mais non précontrainte.

Il résulte bien évidemment de la présence de la précontrainte que la phase non fissurée se prolonge jusqu'au voisinage de la résistance du matériau. A l'état de service, le tirant reste non fissuré et présente une rigidité bien supérieure au tirant non précontraint. De plus, la forte perte de rigidité consécutive à la fissuration, due au taux d'armature très faible, ne se produit que pour des charges largement supérieures à la charge de service, ce qui ne pose pas de problème.

La figure 1.29 montre l'ouverture des fissures calculée pour les trois tirants considérés en fonction de leur sollicitation. Les points suivants, déjà mentionnés, ressortent :

- pour limiter l'ouverture des fissures du tirant 1 avec une armature ordinaire, il faut limiter la tension dans l'acier à l'état de service à max. 60 % de la contrainte d'écoulement
- dans le cas d'un tirant précontraint (2), la première fissure se forme peu avant d'atteindre la résistance ultime de la section
- dans le cas d'un tirant non précontraint armé par un acier à haute résistance (3), la contrainte admissible devrait même être limitée à environ 20 % de la contrainte d'écoulement

Le grand avantage de la précontrainte, outre la possibilité d'utiliser les aciers à haute résistance, réside donc dans l'augmentation de la rigidité à l'état limite de service et dans une réduction sensible de la probabilité de fissuration. La comparaison des figures 1.28 et 1.29 montre aussi que l'armature à haute résistance ne peut pas être utilisée sans être précontrainte car les déformations et les fissures à l'état limite de service seraient trop importantes. C'est pourquoi, les normes préconisent généralement des limites inférieures de la contrainte dans les aciers de précontrainte ( $\sigma_{p\infty} \geq 0.45 \cdot f_{pk}$  selon SIA 262<sup>2012</sup> comme déjà évoqué).

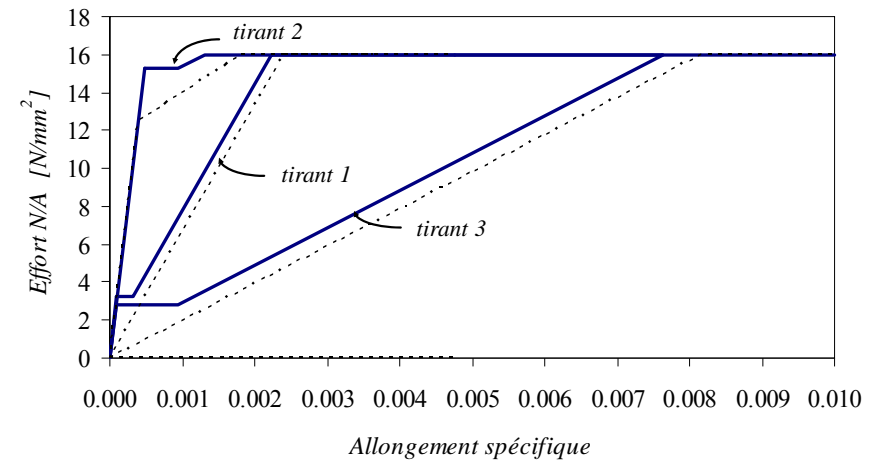


Figure 1.28 : Diagramme force – déformation pour trois tirants avec armature ordinaire (1), une armature à haute résistance précontrainte (2) et une armature à haute résistance non précontrainte (3). Les courbes traitillées représentent l'armature seule (sans tension stiffening).

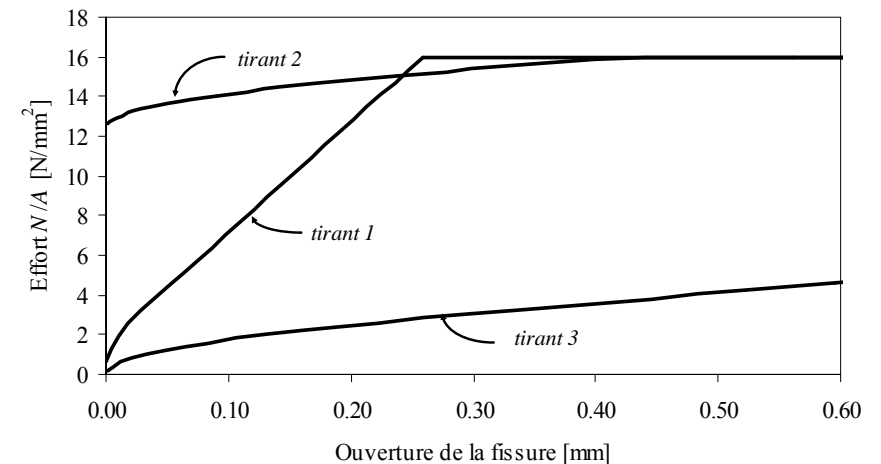


Figure 1.29 : Ouverture des fissures en fonction de la sollicitation de N/A pour les trois tirants considérés dans la figure ci-dessus ( $\phi = 16 \text{ mm}$ )



**Vérification à l'état limite ultime**

Dans la plupart des cas, la précontrainte a un effet favorable sur la structure. Dans ces cas, la valeur de dimensionnement de la précontrainte et ses effets est obtenue en multipliant la valeur moyenne de la force après toutes les pertes (frottement et effets différés) par un facteur partiel qui peut être admis égal à :

$$\gamma_{P, fav} = 1 \quad (\text{éq. 1.32a})$$

On aura donc :

$$P_d = P_\infty \quad (\text{éq. 1.32b})$$

où  $P_\infty$  représente la force de précontrainte à la fin de durée de vie de l'ouvrage. La valeur moyenne signifie ici que la force de précontrainte nominale sera admise et les pertes seront calculées avec les coefficients de frottement et les paramètres pour la relaxation, le retrait et le fluage considérés comme plus probables.

Pour la vérification des zones d'ancrages ou soumises à des forces de déviation, la précontrainte peut être défavorable. Dans ces cas, on considérera

$$\gamma_{P, unfav} = 1.2 \quad (\text{éq. 1.33a})$$

La norme SIA 262<sup>2012</sup> préconise même  $\gamma_{P, unfav} = 1.5$  lorsque l'effet d'une unité de précontrainte isolée devient déterminant.

La valeur de calcul de la force de précontrainte lors que celle-ci est défavorable est donc :

$$P_d = \gamma_{P, unfav} \cdot P_0 \quad (\text{éq. 1.33b})$$

**Comment considérer la précontrainte à l'état limite ultime**

La procédure pour la vérification à l'état limite ultime dépend de l'approche choisie pour considérer la précontrainte, mais bien entendu, le résultat selon les deux approches est le même.

Dans le cas de l'approche « autocontraintes », la précontrainte est considérée par :

- ses effets isostatiques (déformation relative entre câble et béton, mais pas d'efforts de réduction, c'est-à-dire  $M(P) = 0$  ;  $N(P) = 0$  et  $V(P) = 0$  car les efforts dans le béton sont annulés par les efforts dans le câble, voir fig. 1.30b) ;
- ses effets hyperstatiques ( $M_H$ ,  $N_H$  et  $V_H$ , voir fig. 1.30c et d)

Les valeurs de calcul des efforts de réduction  $M_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$  et  $V_{Ed}$  sont donc calculées en considérant toutes les actions majorées par leurs facteurs partiels y compris les effets hyperstatiques de la précontrainte considérés comme indiqué par les équations 1.32b et 1.33b ( $\gamma_{P, fav} = 1$  et  $P_\infty$  lorsque la précontrainte est favorable ;  $\gamma_{P, unfav} = 1.2$  et  $P_0$  lorsque la précontrainte est défavorable).

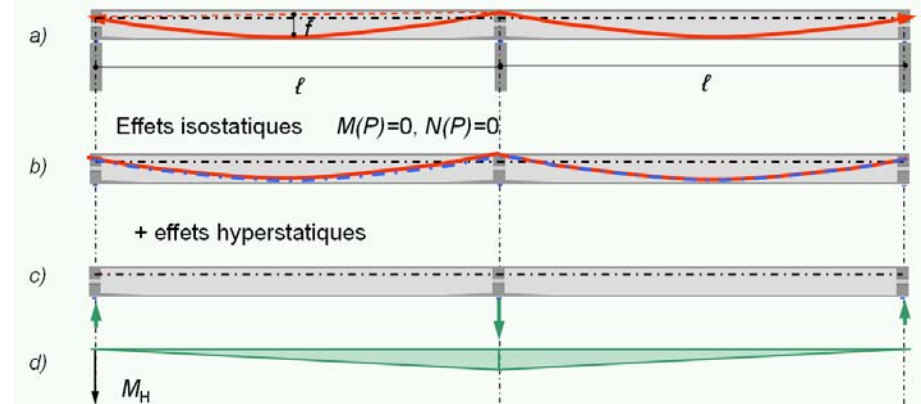


Figure 1.30 : Approche « autocontraintes » : efforts dus à la précontrainte dans une poutre hyperstatique (a); (b) effets isostatiques ; (c) effets hyperstatiques et (d) efforts hyperstatiques

Pour ce qui concerne la vérification à la flexion, l'analyse doit être faite en considérant une pré-déformation  $\varepsilon_{p1}$  comme indiqué dans la figure 1.31b. Cette déformation est celle qui est imposée à l'armature de précontrainte par pré-tension avant le bétonnage ou à la somme  $\varepsilon_{p1} = \varepsilon_{p0} + \Delta\varepsilon_{dec}$  dans le cas de la précontrainte par post-tension (voir fig. 1.27). De façon approximée, dans l'analyse de la section, on peut sans autre négliger la déformation de décompression  $\Delta\varepsilon_{dec}$ . Le moment résistant  $M_{Rd}$  sera en outre calculé en considérant la limite d'écoulement

$$f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_p} \quad (\text{éq. 1.34})$$

où  $\gamma_p$  est, comme pour l'armature ordinaire, égal à 1.15.

Dans la vérification de l'effort tranchant (fig. 1.31e), le câble de précontrainte avec son effort est un élément qui participe à la reprise de l'effort tranchant de sorte que la composante verticale de la force de précontrainte peut être considérée dans la résistance à l'effort tranchant :

$$\Delta V_{Rd,P} = P_d \cdot \sin \beta_p \quad (\text{éq. 1.35})$$

Dans ce cas aussi, la valeur de calcul de la force de précontrainte  $P_d$  sera calculée selon les équations 1.32b (effet favorable) ou 1.33b (effet défavorable). Il faut remarquer, que l'angle  $\beta_p$  doit être mesuré par rapport au même axe de référence considéré pour le calcul des efforts de réduction  $M_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$  et  $V_{Ed}$ .

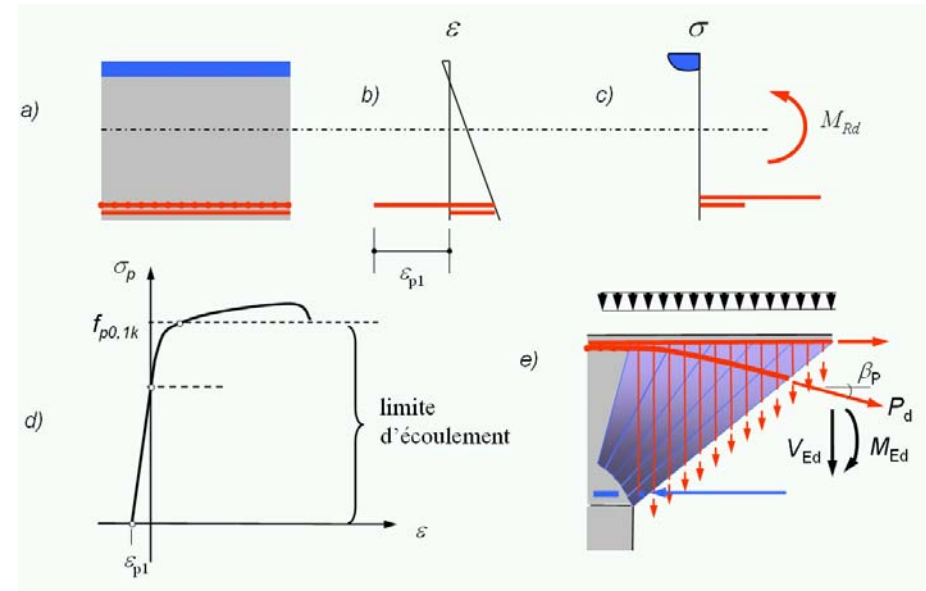


Figure 1.31 : Vérification à l'ELU en cas d'approche « autocontraintes » où le câble est entièrement considéré (a) ; (b) répartition des déformations ; (c) répartition des contraintes ; (d) diagramme contrainte-déformation et (e) vérification de l'effort tranchant

Dans le cas de l'approche « forces » (fig. 1.32), la précontrainte est considérée par :

- les forces d'ancrage, de déviation et de frottement qu'elle exerce sur la structure (voir fig. 1.32b) ainsi que
- les forces de réaction (effets hyperstatiques) qui résultent des forces susmentionnées.

Les efforts de réduction provoqués par la précontrainte (approche « forces ») contiennent donc les effets isostatiques (équations 1.13) et les effets hyperstatiques :

$$N(P) = -P \cdot \cos \beta_p + N_H \cong -P + N_H \quad (\text{éq. 1.36a})$$

$$M(P) = -P \cdot \cos \beta_p \cdot e + M_H \cong -P \cdot e + M_H \quad (\text{éq. 1.36b})$$

$$V(P) = -P \cdot \sin \beta_p + V_H \cong -P \cdot \tan \beta_p + V_H = -P \cdot e' + V_H \quad (\text{éq. 1.36c})$$

Les valeurs de calcul des efforts de réduction  $M_{Ed}$ ,  $N_{Ed}$  et  $V_{Ed}$  sont calculées en considérant ces efforts (partie iso- et hyperstatique) considérés comme indiqué par les équations 1.32b ou 1.33b.

Dans le calcul du moment résistant  $M_{Rd}$ , il faudra considérer qu'une partie de l'armature de précontrainte a déjà été utilisée du côté actif (efforts comme indiqué dans les équations 1.36). Ceci est fait en réduisant la limite d'écoulement de la façon suivante (voir fig. 1.33c et d) :

$$f_{pd} = \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_p} - \gamma_{p, fav / unfav} \cdot \sigma_{p\infty/0} \quad (\text{éq. 1.37})$$

Cette approche est donc plus compliquée que l'approche « autocontraintes », car dans le calcul de  $M_{Rd}$ , la résistance de l'armature doit être réduite et l'effort normal résultant de la précontrainte doit être considéré (flexion composée  $M-N$  même pour les poutres sans charges horizontales). Le calcul des effets hyperstatiques est par contre plus facile selon l'approche « charges », de sorte que généralement, pour les poutres hyperstatiques, les effets hyperstatiques sont calculés par le biais des équations 1.36 et la vérification est faite selon l'approche « autocontraintes ».

Dans la vérification de l'effort tranchant, l'effet généralement bénéfique de la précontrainte est considéré dans le sens que les forces de déviation réduisent l'effort tranchant  $V_{Ed}$  (fig. 1.33e). Cet effet est identique à la somme de la composante transversale de la force de précontrainte (éq. 1.35) et de la composante hyperstatique de l'effort tranchant  $V_{Hd}$ . Pour ce qui concerne la partie passive du câble (fig. 1.33e), son activation devra être étudiée sur la base de considérations d'équilibre et de compatibilité.

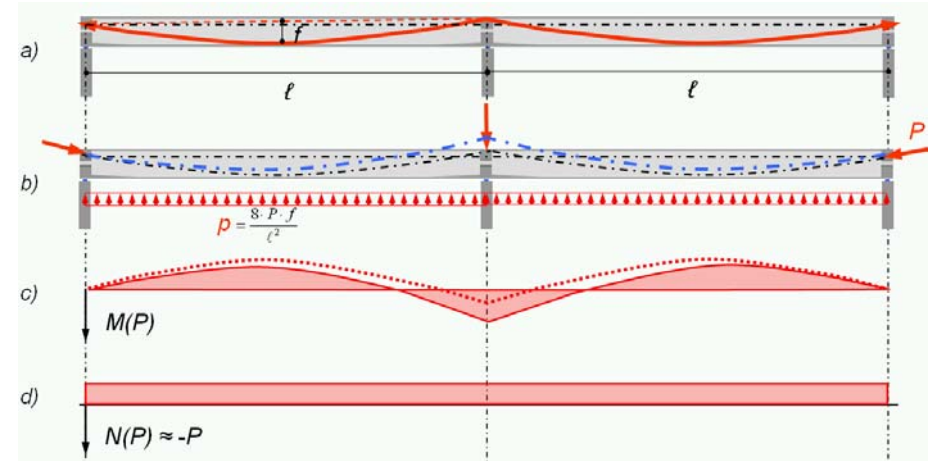


Figure 1.32 : Approche « forces » : efforts dus à la précontrainte dans une poutre hyperstatique (a); (b) actions exercées par le câble sur la structure ; (c) moment de flexion dû à la précontrainte (effets iso- et hyperstatiques) et (d) effort normal

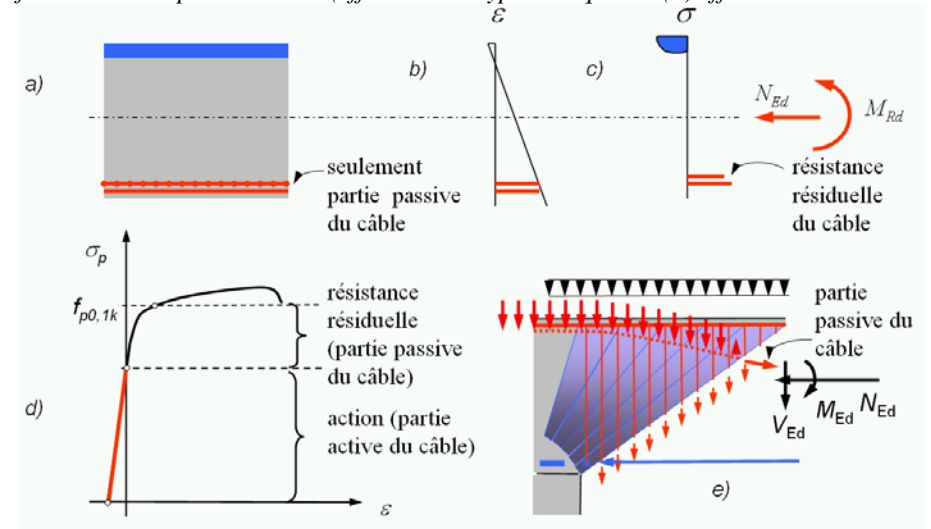


Figure 1.33 : Vérification à l'ELU en cas d'approche « forces » où le câble est séparé entre parties active et passive (a) ; (b) répartition des déformations ; (c) répartition des contraintes ; (d) diagramme contrainte-déformation et (e) vérification de l'effort tranchant

**L'effet de la précontrainte sur la résistance à l'effort tranchant**

A part l'effet direct de la précontrainte sur l'effort tranchant que nous venons de décrire, la précontrainte présente encore deux autres effets sur la résistance à l'effort tranchant.

Grâce à la compression qui en résulte (voir l'effort normal selon l'approche « forces », fig. 1.33e), un champ de compression peu incliné peut s'instaurer dans l'âme pour des déformations transversales relativement limitées. En cas d'étriers faibles, le fait de réduire l'angle limite d'inclinaison est particulièrement favorable. Pour des poutres plus sollicitées, où les étriers sont plus importants, la déformation transversale réduite se traduit dans un coefficient de réduction de la résistance du béton  $k_c$  qui peut devenir plus élevé que les valeurs préconisées par la norme SIA 262<sup>2012</sup>. Des valeurs plus favorables de l'angle d'inclinaison  $\alpha$  et du coefficient de réduction  $k_c$  peuvent être déterminées sur la base de la norme MC<sup>2010</sup> ou par une analyse basée sur des champs de contraintes élastiques-plastiques (Muttoni et al.<sup>2011</sup>).

Le troisième effet est par contre défavorable. Les gaines des câbles de précontrainte intérieures à la section de béton traversent souvent les âmes de sorte que le champ de compression inclinée peut être perturbé. Ceci est surtout le cas pour les gaines non injectées et, dans une moindre mesure, pour les gaines métalliques injectées avec coulis de ciment. Le cas des gaines en matière synthétique et injectées est intermédiaire. Comme l'indique la figure 1.34c, la présence de câbles de précontrainte dans l'âme peut conduire à une rupture prématurée. Cet effet est considéré en réduisant la largeur nominale de l'âme dans le calcul de la contrainte de compression de la façon suivante (voir fig. 1.34b) :

$$b_{w,nom} = b_w - k_H \cdot \sum \phi_H \quad (\text{éq. 1.38})$$

où les diamètres extérieurs des gaines  $\phi_H$  situées à la même hauteur sont sommés et le coefficient  $k_H$  tient compte du type de gaine :

- $k_H = 0.5$  pour des gaines métalliques injectées ;
- $k_H = 0.8$  pour des gaines synthétiques injectées ;
- $k_H = 1.2$  pour des gaines non injectées ;

**Vérification à l'état limite de service**

La précontrainte a généralement une influence très favorable sur

- les flèches ;
- les fissures et
- l'étanchéité,

de sorte que la vérification de ces aspects à l'état limite de service est souvent déterminante pour le choix de la précontrainte.

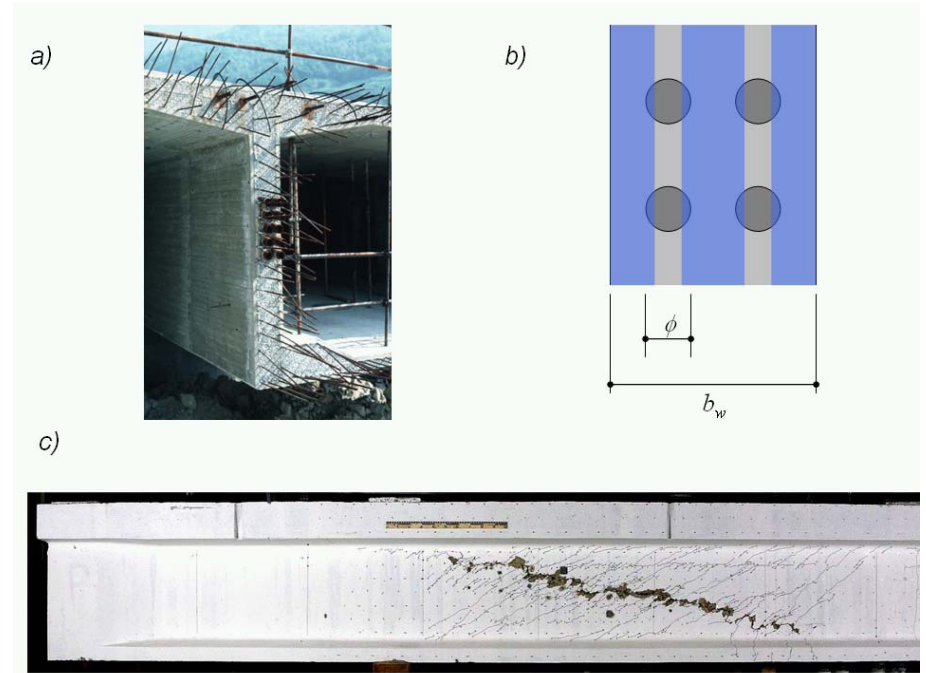


Figure 1.34 : (a) Câbles de précontrainte dans l'âme d'un pont ; (b) réduction de largeur nominale de l'âme et (c) rupture prématurée du béton dans l'âme à cause de la présence des câbles (figure tirée de Fernández et Muttoni<sup>2008</sup>)

Selon la norme SIA 262<sup>2012</sup>, la précontrainte, en tant qu'action permanente, est à considérer dans la vérification à l'état limite de service avec sa valeur théorique. Bien entendu, la précontrainte  $P_\infty$  à long terme (après pertes dues au frottement, à la relaxation, au retrait et au fluage) est à considérer lorsqu'elle est favorable tandis que la valeur  $P_0$  à court terme (après pertes de frottement seulement) est à considérer lorsqu'elle est défavorable.

Néanmoins, si un écart entre la force de précontrainte effective  $P_k$  et sa valeur théorique influence de manière significative le comportement de la structure porteuse, il faudra approfondir l'étude des forces de précontrainte minimales et maximales possibles. Les écarts possibles seront spécifiés pour chaque projet.

Pour ce qui concerne les pertes dues au frottement, il est nécessaire de toujours vérifier les hypothèses faites (paramètres  $\mu$  et  $k$  dans l'équation 1.3) en mesurant l'allongement du câble lors de la mise en tension. Pour des structures sensibles, il est souhaitable de prévoir la possibilité d'augmenter la précontrainte si nécessaire (gaines supplémentaires de réserve ou précontrainte extérieure de réserve).

Les pertes dues aux effets différés doivent être déterminées avec prudence lorsque la valeur effective de la précontrainte influence de manière significative le comportement de la structure. Dans ces cas, il est raisonnable d'effectuer des essais préliminaires sur les matériaux afin d'affiner l'estimation des pertes à long terme.

Selon la norme européenne EC2<sup>2004</sup> par contre, afin de tenir compte dans les calculs à l'état-limite de service des variations possibles de la précontrainte, les valeurs caractéristiques de la force de précontrainte sont définies de la manière suivante :

$$P_{k,\text{sup}} = r_{\text{sup}} \cdot P_m \quad \text{et} \quad (\text{éq. 1.39a})$$

$$P_{k,\text{inf}} = r_{\text{inf}} \cdot P_m \quad (\text{éq. 1.39b})$$

où  $P_m$  est la valeur probable de la précontrainte (calculée sur la base de la force nominale et des valeurs moyennes des paramètres) et pour les facteurs  $r_{\text{sup}}$  et  $r_{\text{inf}}$  les valeurs suivantes sont recommandées :

- pour la précontrainte par pré-tension et pour les armatures non adhérentes :  $r_{\text{sup}}=1.05$  ;  $r_{\text{inf}}=0.95$  ;
- pour la précontrainte par post-tension avec armatures adhérentes:  $r_{\text{sup}}=1.10$  ;  $r_{\text{inf}}=0.90$  .

### Contraintes admissibles dans le béton

Afin d'éviter des déformations du béton trop importantes, ce qui pourrait provoquer des pertes de précontrainte et des flèches difficilement maîtrisables (déformations de fluage trop importantes à cause du fluage non linéaire), les normes limitent la contrainte de compression dans le béton à une valeur

$$-\sigma_c \leq 0.6 \cdot f_{ck} \quad (\text{éq. 1.40})$$

Cette condition est valable à partir d'immédiatement après la mise en tension et dans ce cas la résistance du béton au jeune âge doit être considérée. Elle ne doit par contre pas être satisfaite dans la zone en proximité de la tête d'ancrage, où des contraintes plus élevées sont admises grâce à la résistance à la compression augmentée par l'effet triaxial.

### Vérification de la fissuration

Dans une structure précontrainte comme par exemple un pont, la zone déterminante à l'état limite de service est la zone tendue où typiquement l'espacement des fissures est défini par l'armature passive et l'ouverture par sa sollicitation. La précontrainte influence seulement indirectement l'ouverture des fissures, dans le sens qu'elle réduit la sollicitation des armatures passives. Dans la zone tendue, l'ouverture des fissures en régime de fissuration stabilisée peut être estimée en admettant que le béton ne transmet pas d'effort à travers la fissure ouverte, que l'effort d'adhérence est constant dans la zone de déplacement relatif entre acier et béton et vaut  $f_b \cong 2 \cdot f_{ct}$  ainsi que la distance maximale entre les fissures est égale à deux fois la distance nécessaire pour introduire l'effort de fissuration dans l'armature. L'ouverture  $w$  ainsi calculée est :

$$w = \frac{k_t \cdot \phi}{4 \cdot \rho} \cdot \left( \frac{\sigma_{s,\max}}{E_s} - \frac{k_t \cdot f_{ct}}{2 \cdot \rho \cdot E_s} - \varepsilon_{cs} \right) \quad (\text{éq. 1.41})$$

où

$\sigma_{s,\max}$  est la contrainte dans l'acier,

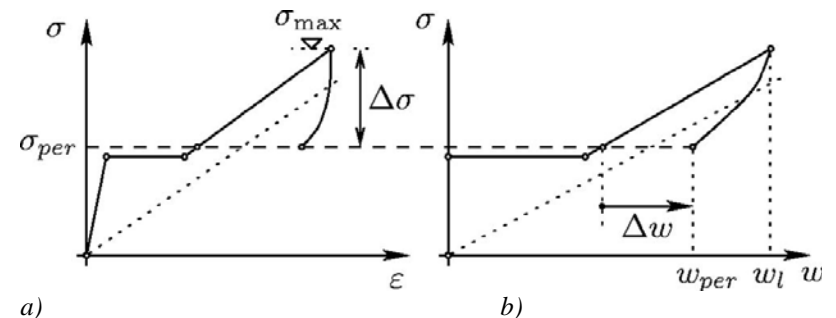
$\phi$  est le diamètre des barres d'armature

$\rho$  est le taux d'armature moyen dans la zone tendue

$\varepsilon_{cs}$  est la déformation du béton due au retrait (valeur négative)

$k_t$  est un coefficient de réduction de la résistance à la traction qui tient compte de l'influence de la dimension  $t$  (voir SIA 262<sup>2012</sup>)

Cependant, il faut considérer que l'équation 1.41 n'est valable que pour des charges monotones. Puisque la vérification de la fissuration est faite sous actions quasi-permanentes, les actions variables comme les charges utiles ou les variations de température peuvent non seulement réduire l'effet du tension stiffening, mais même produire un effet négatif lors que les fissures ouvertes sous actions variables tendent



a) Figure 1.35 : Comportement d'un tirant soumis à un effort maximal  $\sigma_{\max}$  et une décharge jusqu'à l'effort sous charges permanentes  $\sigma_{perm}$ ; (a) déformation moyenne et (b) ouverture de la fissure (figure tirée de Muttoni et Fernández<sup>2007</sup>)

à se refermer (l'adhérence s'y oppose et produit donc un tension stiffening négatif, voir Muttoni et Fernández<sup>2007</sup>, fig. 1.35). Pour considérer cet effet, l'éq. 1.41 peut être adaptée de la manière suivante:

$$w = \frac{k_t \cdot \phi}{4 \cdot \rho} \cdot \left( \frac{\sigma_{s,max}}{E_s} + \frac{k_t \cdot f_{ct}}{16 \cdot \rho \cdot E_s} - \varepsilon_{cs} \right) \quad (\text{éq. 1.42})$$

En outre, quand les fissures tendent à se refermer, une contrainte de compression  $\bar{\sigma}_c$  peut s'instaurer même quand la fissure est encore légèrement ouverte car la surface de la fissure n'est pas lisse. Typiquement, pour un béton avec la taille de l'agrégat  $D_{max} = 32$  mm, on peut admettre  $\bar{\sigma}_c = -0.1 \cdot f_{ct}$  pour  $w = 0.10$  mm et  $\bar{\sigma}_c = 0$  pour  $w \geq 0.20$  mm.

La contrainte moyenne admissible dans la zone tendue sous charges semi-permanentes peut donc être exprimée en fonction de l'ouverture de fissure admissible  $w_{adm}$ :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{perm,adm} &= \rho \cdot \sigma_{s,max} + \bar{\sigma}_c \\ &= \frac{4 \cdot \rho^2 \cdot E_s}{k_t \cdot \phi} \cdot w_{adm} + \rho \cdot E_s \cdot \varepsilon_{cs} - \frac{k_t \cdot f_{ct}}{16} + \bar{\sigma}_c \end{aligned} \quad (\text{éq. 1.43})$$

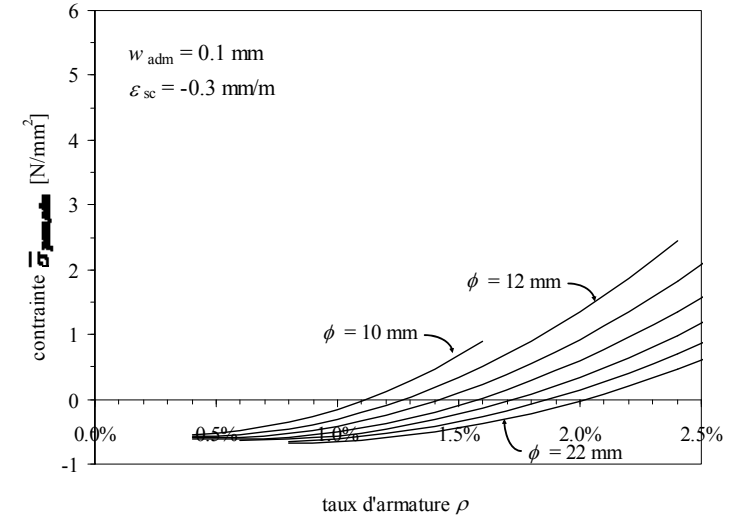
Par rapport aux exigences définies par la norme SIA 262<sup>2012</sup>, on peut admettre les ouvertures de fissure admissibles  $w_{adm} = 0.10$  mm pour des exigences élevées et  $w_{adm} = 0.30$  mm pour des exigences accrues.

La figure 1.36 montre la contrainte admissible moyenne dans la zone tendue sous charges semi-permanentes  $\bar{\sigma}_{perm,adm}$  en fonction du taux d'armature, du diamètre des barres, et de la classe d'exigences pour une déformation de retrait  $\varepsilon_{sc} = -0.3$  mm/m.

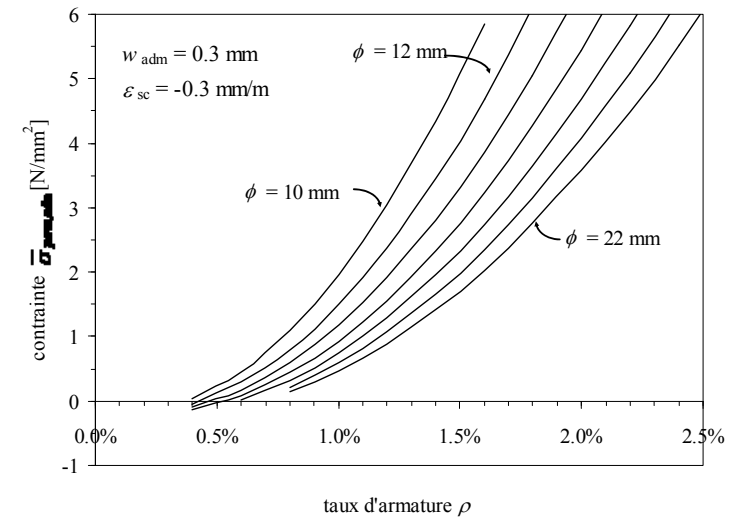
Comme l'indique la figure 1.36a, pour des taux et des diamètres d'armature ordinaires dans les dalles d'un pont, il faut assurer une contrainte de compression d'au moins 0.5 N/mm<sup>2</sup> sous charges semi-permanentes afin de satisfaire des exigences élevées. En revanche, pour des exigences accrues, une faible contrainte de traction peut être admise comme indiqué par la figure 1.36b.

De manière simplifiée, la contrainte  $\bar{\sigma}_{perm}$  peut être déterminée sur la section en admettant un comportement élastique – non fissuré. Selon la norme SIA 260<sup>2003</sup>, les actions semi-permanentes pour les ponts correspondent aux charges permanentes auxquelles on ajoute l'action de la température (valeur caractéristique) avec un coefficient de réduction  $\psi_2 = 0.5$  et bien entendu la précontrainte :

$$\bar{\sigma}_{perm}(g, 0.5\Delta T, P_\infty) \leq \bar{\sigma}_{perm,adm} \quad (\text{éq. 1.44})$$



a)



b)

Figure 1.36 : Contrainte admissible moyenne dans la zone tendue  $\bar{\sigma}_{perm,adm}$  en fonction du taux d'armature dans la zone tendue; (a) exigences élevées et (b) exigences accrues ( $f_{ck} = 30$  N/mm<sup>2</sup>,  $k_t = 0.9$ )

### Vérification des flèches

Les normes préconisent la vérification des flèches afin de satisfaire les exigences liées au fonctionnement, au confort des usagers et à l'aspect de la structure. Selon SIA 262<sup>2003</sup>, les cas de charge semi-permanents, fréquents et rares doivent être considérés. Pour ce qui concerne le calcul de la flèche, l'effet de la fissuration doit bien entendu être pris en compte. C'est pour cela que, dans les structures sensibles comme les ponts, on essaye de limiter la fissuration afin de mieux maîtriser les flèches.

### Vérification à la fatigue

Selon SIA 262<sup>2012</sup>, une vérification à la fatigue est nécessaire lorsque l'on peut s'attendre à plus de 50'000 alternances de contraintes. Cela s'applique d'une manière générale aux ponts supportant des voies ferrées, aux éléments de construction en contact direct avec des charges de roues (par exemple les tabliers de ponts, les voies de grues ou de ponts roulants) et les socles et fondations de machines.

Lorsque la section sous est non fissurée charges permanentes grâce à la précontrainte, les variations de contrainte dans les aciers d'armature sont réduites par rapport au cas non précontraint. C'est pourquoi la précontrainte est généralement favorable en ce qui concerne la fatigue des armatures de précontrainte et des armatures passives. Dans certains cas, la vérification de la fatigue est déterminante pour le choix du niveau de précontrainte.

### Choix du niveau de précontrainte

La précontrainte doit être choisie afin de satisfaire plusieurs conditions :

- à l'état limite ultime :  $S_{Ed} \leq S_{Rd}$  (éq. 1.45)

- à l'état limite de service :

- la fissuration :  $w(G_k, P_k, \psi \cdot Q_k) \leq w_{adm}$  (éq. 1.46)

- les flèches :  $\delta(G_k, P_k, \psi \cdot Q_k) \leq \delta_{adm}$  (éq. 1.47)

- la contrainte dans le béton (voir éq. 1.40)

- à la fatigue :

$\Delta\sigma_{sd}(Q_{fat}) \leq \Delta\sigma_{sd,D}$  ou  $\lambda \cdot \Delta\sigma_{sd}(Q_{fat}) \leq \Delta\sigma_{sd,fat}$  et (éq. 1.48)

$\Delta\sigma_{pd}(Q_{fat}) \leq \Delta\sigma_{pd,D}$  ou  $\lambda \cdot \Delta\sigma_{pd}(Q_{fat}) \leq \Delta\sigma_{pd,fat}$  (éq. 1.49)

Généralement, plusieurs solutions avec plus ou moins de précontrainte, et donc respectivement moins ou plus d'armature passive, sont possibles. Lors du dimensionnement, il est utile de commencer par une condition et vérifier les autres. Il en résulte donc plusieurs « méthodes » qui permettent de déterminer une première valeur de la force de précontrainte, ou de la surface d'armature de précontrainte, qui devra ensuite être vérifiée selon les conditions susmentionnées:

#### 1) dimensionnement à l'ELU et vérification à l'ELS

Cette méthode est souvent très efficace pour les ponts routiers. Les armatures



passives longitudinales dans la dalle de roulement et dans la dalle inférieure des sections en caisson doivent d'abord être dimensionnées en tant qu'armatures minimales pour le contrôle de la fissuration. Ensuite, l'équation 1.45 reformulée pour le moment de flexion

$$M_{Ed} \leq M_{Rd} = A_p \cdot f_{pd} \cdot z_p + A_s \cdot f_{sd} \cdot z_s \quad (\text{éq. 1.50})$$

permet de déterminer directement l'armature de précontrainte  $A_p$ . En première approximation, le moment hyperstatique  $M_H(P)$  peut être négligé.

2) *Détermination de la précontrainte et de l'armature passive afin de limiter la fissuration*

La figure 1.36 (voir aussi éq. 1.43) permet de déterminer la contrainte admissible dans la zone tendue  $\bar{\sigma}_{perm,adm}$  en fonction du taux d'armature ordinaire choisi, du diamètre des barres, de la classe d'exigences et de la déformation de retrait. En admettant un comportement linéaire de la section, l'équation

$$\bar{\sigma}_{perm} = \left( N_{g,\Delta T} - P_k + N_H \right) \frac{1}{A} + \left( M_{g,\Delta T} - P_k \cdot e + M_H \right) \frac{z}{I} \leq \bar{\sigma}_{perm,adm}$$

permet de déterminer la force de précontrainte nécessaire :

$$P_k \geq \frac{N_{g,\Delta T} \frac{1}{A} + M_{g,\Delta T} \frac{z}{I} - \bar{\sigma}_{perm,adm}}{\left( 1 - N_{H,1} \right) \frac{1}{A} + \left( e - M_{H,1} \right) \frac{z}{I}} \quad (\text{éq. 1.51})$$

où  $N_{g,\Delta T}$  et  $M_{g,\Delta T}$  sont l'effort normal et le moment dus aux charges permanentes et  $0.5\Delta T$  ;  $N_{H,1}$  et  $M_{H,1}$  sont l'effort normal hyperstatique et le moment hyperstatique dus à une force de précontrainte unitaire ;  $z$  est la position de l'armature extrême par rapport à l'axe barycentrique de la section (positif vers le bas).

3) *Détermination de la précontrainte afin de limiter les flèches*

La force de précontrainte nécessaire pour limiter les flèches peut être déterminée directement par l'équation 1.47.

En outre, deux méthodes sont souvent utilisées afin d'estimer rapidement la force de précontrainte avant de l'optimiser par d'autres méthodes :

4) *Méthode du balancement des charges permanentes*

Si la force de déviation des câbles de précontrainte calculée par l'équation 1.16 correspond exactement aux charges permanentes, les moments seront annulés (à part la composante due aux forces d'ancrage). Pour des axes barycentriques non rectilignes, la force de déviation de l'effort de compression devra être aussi considéré. Dans la plupart des cas, il n'est pas nécessaire de balancer complètement les charges permanentes. Sur la base de ces considérations, une première valeur de la force de précontrainte peut être estimée sur la base de l'équation

$$p(P_k) = \beta_u \cdot g_k \quad (\text{éq. 1.52})$$

où  $\beta_u$  est un paramètre choisi sur la base de l'expérience ( $\beta_u = 1$  permet de déterminer une valeur prudente de la précontrainte). Cette méthode a le grand avantage de la simplicité, mais est difficilement applicable quand la géométrie du câble ne peut pas suivre la ligne des moments (répartition des forces de déviation pas affine aux charges permanentes).

#### 5) *Méthode de la compensation de la flèche*

Pour éviter ce problème, il est possible de balancer la flèche déterminante qui représente, à différence des forces de déviation, une valeur intégrale. L'équation 1.52 peut être adaptée de la façon suivante :

$$\delta(P_k) = \beta_\delta \cdot \delta(g_k) \quad (\text{éq. 1.53})$$

où  $\beta_\delta$  aussi est un paramètre choisi sur la base de l'expérience. Selon Favre et al.<sup>2004</sup>, les valeurs suivantes permettent de respecter les conditions à l'état limite de service (fissures et flèches) :

- ponts routiers :  $\beta_\delta = 0.8-0.9$
- ponts ferroviaires :  $\beta_\delta = 1.0-1.1$
- dalles de bâtiment :  $\beta_\delta = 0.5-0.6$
- dalles fortement chargées :  $\beta_\delta > 0.6$

Il faut remarquer, que les vérifications à l'état limite ultime et surtout à l'état limite de service doivent être faites avec les cas de charge pour les situations de projet durables et transitoires. En particulier, il faut vérifier que pendant la construction, lors que les charges permanentes ne sont pas encore complètes, la précontrainte ne soit pas trop élevée.

## Zones d'ancrage et zones de diffusion

Dans les ancrages mobiles et dans certains ancrages fixes, la force du câble est transmise au béton par des plaques métalliques (fig. 1.2 et 1.37a). La taille de ces plaques est généralement dimensionnée en tenant compte que la résistance du béton est augmentée par l'effet de confinement. C'est pour assurer cet effet, que les têtes d'ancrage sont munies d'armatures transversales sous forme d'une spirale (fig. 1.37a).

Dans la pratique, il faut toujours considérer que le béton sous la plaque d'ancrage est très sollicité (l'éq. 1.44 n'est pas applicable dans cette zone). C'est pour cela que la mise en tension des câbles ne peut pas être faite avant d'avoir vérifié par des essais que la résistance à la compression du béton est suffisante. En outre, le compactage de la zone d'ancrage, souvent fortement armée, doit être fait très soigneusement, afin d'éviter des ruptures locales (fig. 1.37b).

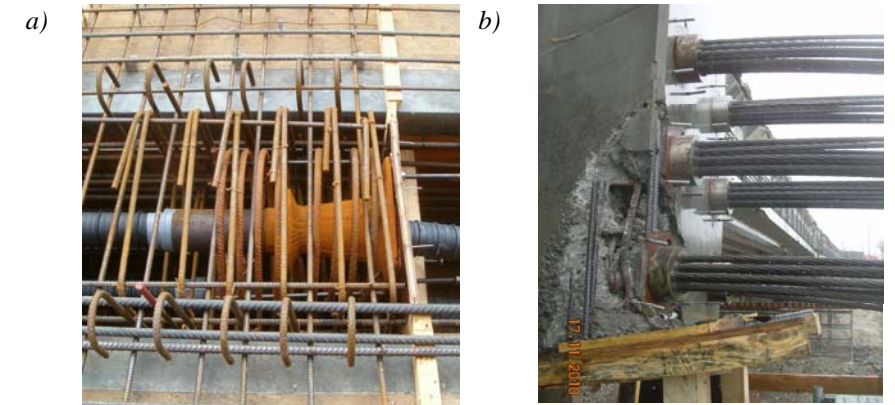


Figure 1.37 : (a) Armature de frettage et (b) rupture par écrasement du béton due à un compactage insuffisant

Indépendamment de la zone d'ancrage, la force de précontrainte a tendance à se diffuser dans toute la section de béton. Comme l'indiquent les figures 1.38a et b, dans la zone de diffusion, l'effort de compression doit être dévié deux fois, de sorte qu'un effort de traction transversale s'instaure à une certaine distance de la tête. Pour la reprise de cet effort, une armature de diffusion doit être dimensionnée à l'état limite ultime en majorant la valeur caractéristique de la force de précontrainte par le facteur partiel (eq. 1.33a ou  $\gamma_{P,unfav} = 1.5$  dans le cas où une seule tête est déterminante pour le dimensionnement de l'armature de frettage).

Il faut remarquer que l'armature de frettage sous la tête (spirale) ne remplace pas l'armature de diffusion qui doit être disposée pour assurer la diffusion de l'effort dans les deux directions (diffusion dans le plan de l'élément ainsi que dans l'épaisseur, voir fig. 1.38c).

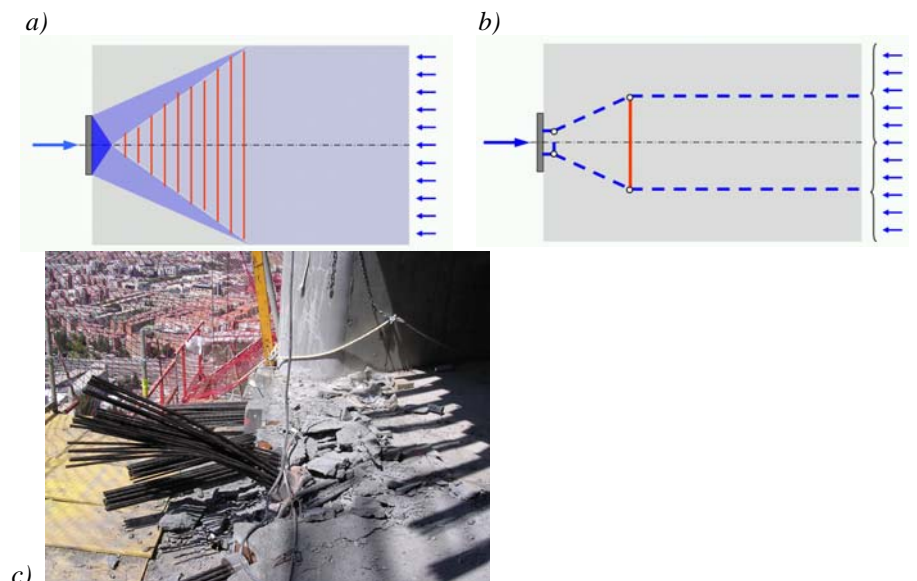


Figure 1.38 : (a) Champ de contraintes et (b) modèle bielles-et-tirants pour le dimensionnement de l'armature de diffusion ; (c) rupture d'une dalle à cause de l'armature de diffusion insuffisante dans le sens de l'épaisseur

## Durabilité des câbles de précontrainte

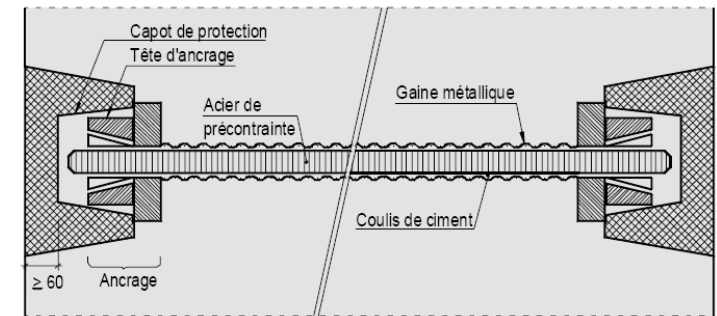
Dans l'ensemble, la précontrainte par post-tension a fait ses preuves et s'est avérée très fiable. Néanmoins, un certain nombre de dégradations plus ou moins graves dues à la corrosion des câbles de précontrainte ont eu lieu. De plus, il faut considérer que des contrôles non destructifs sur les câbles de précontrainte avec gaines métalliques est assez difficile. C'est pourquoi des systèmes avec protection améliorée et possibilité de contrôle non destructif ont été développés ces dernières années.

La norme SIA 262<sup>2012</sup> définit 3 catégories de systèmes de précontrainte par post-tension (voir fig. 1.39):

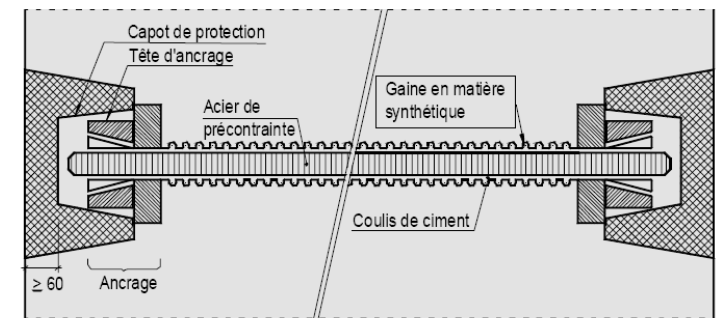
- *catégorie a*: unités avec gaine métallique
- *catégorie b*: unités avec gaine en matière synthétique
- *catégorie c*: unités isolées électriquement, c'est-à-dire pourvues de gaines en matière synthétique, d'ancrages et d'accouplements assurant une isolation durable face aux phénomènes électriques environnants et permettant de surveiller la protection de l'acier contre la corrosion

La directive OFROU<sup>2007</sup> définit les principes pour le choix de la catégorie des systèmes de précontraintes ainsi que les dispositions techniques et d'exécution.

Catégorie a:



Catégorie b:



Catégorie c:

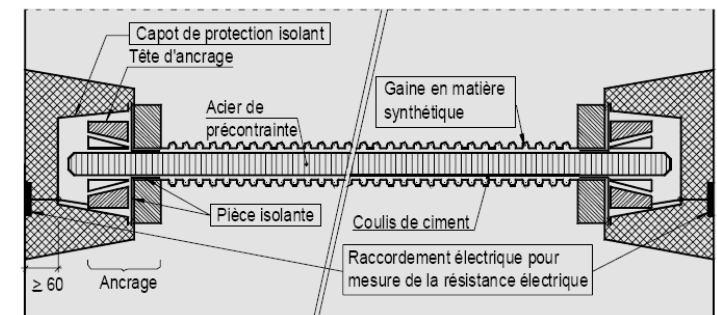


Figure 1.39 : Représentation schématique des catégories de câbles de précontrainte a, b et c (figure tirée de OFROU<sup>2007</sup>)

## Bibliographie

- Leonhardt<sup>1973</sup> Leonhardt F., *Spannbeton für die Praxis*, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, München, Düsseldorf, Dritte Auflage, 1973, 674 p.
- MC<sup>1990</sup> CEB-FIP Model Code 1990, CEB, Bulletin d'information N° 213/214, Lausanne, 1993, 437 p.
- SIA 260<sup>2003</sup> Norme SIA 260, *Bases pour l'élaboration des projets de structures porteuses*, Zurich 2003, 44 p.
- EC2<sup>2004</sup> Eurocode 2: *Calcul des structures en béton - Partie 1-1: Règles générales et règles pour les bâtiments*, Bruxelles, 2004, 250 p.
- Favre et al.<sup>2004</sup> Favre R., Jaccoud J.-P., Burdet O., Charif H., *Dimensionnement des structures en béton - Aptitude au service et éléments de structures*, Presse Polytechnique et Universitaires Romandes, Traité de Génie Civil, Vol. 8, 3è éd., Lausanne, 2004, 612 p.
- Muttoni et Fernández<sup>2007</sup> Muttoni A., Fernández Ruiz M., *Concrete Cracking in Tension Members and Application to Deck Slabs of Bridges*, Journal of Bridge Engineering, American Society of Civil Engineers, September-October 2007, pp. 646-653.
- OFROU<sup>2007</sup> Office Fédéral des Routes, *Dispositions pour garantir la durabilité des câbles de précontrainte dans les ouvrages d'art*, Directive 12010, Berne, pp. 49. ([www.astra.admin.ch/dienstleistungen/00129/00183/00518/index.html?lang=fr](http://www.astra.admin.ch/dienstleistungen/00129/00183/00518/index.html?lang=fr))
- Fernández et Muttoni<sup>2008</sup> Fernández Ruiz M., Muttoni A., *Shear Strength of Thin-Webbed Post-Tensioned Beams*, American Concrete Institute, Structural Journal, V. 105, No. 3, May-June 2008, pp. 308-317
- MC<sup>2010</sup> fib Model Code 2010, First Complete Draft, Bulletins 55 et 56, Lausanne, 2010, pp. 292+288.
- Muttoni et al.<sup>2011</sup> Muttoni A., Fernández Ruiz M., Kostic N., *Champs de contraintes et méthode des bielles et tirants*, EPFL IBETON, Lausanne, 2011, 116 p.
- SIA 262<sup>2012</sup> Norme SIA 262, *Construction en béton*, Zurich 2012, 104 p.

1<sup>ère</sup> version :2.5.2011  
Rev.2: 6.10.2011